

Rudi Marek
Klaus Nitsche

Auf CD: Lösungen der
Übungsaufgaben und
Programmbeispiele

Praxis der Wärmeübertragung

Grundlagen – Anwendungen – Übungsaufgaben



2., aktualisierte und erweiterte Auflage



HANSER

Inhaltsverzeichnis

1 Grundlagen der Wärmeübertragung	15
1.1 Praktische Bedeutung	15
1.2 Wärme, Wärmestrom, Wärmestromdichte	16
1.3 Temperatur und Temperaturfelder	17
1.4 Wärmetransportmechanismen	18
1.4.1 Arten des Wärmetransports	19
1.4.2 Wärmeleitung	19
1.4.3 Konvektion	20
1.4.4 Wärmestrahlung	21
1.5 Fourier'sche Wärmeleitungsgleichung	22
1.5.1 Mehrdimensionale instationäre Wärmeleitung mit inneren Wärmequellen	22
1.5.2 Koordinatenunabhängige Schreibweise	23
1.5.3 Eindimensionale instationäre Wärmeleitung	23
1.5.4 Stationäre Wärmeleitung mit Wärmequellen	23
1.5.5 Stationäre Wärmeleitung ohne Wärmequellen	23
1.6 Anfangs- und Randbedingungen	24
1.6.1 Anfangsbedingungen	24
1.6.2 Randbedingungen	24
1.6.3 Koppelbedingungen	25
1.7 Elektrische Analogie	25
1.7.1 Thermische Widerstände und Leitwerte	26
1.7.2 Spezifische thermische Widerstände und Leitwerte	26
1.7.3 Wärmedurchgangskoeffizient und Wärmedurchgangswiderstand	27
1.7.4 Reihenschaltung thermischer Widerstände	27
1.7.5 Parallelschaltung thermischer Widerstände	28
1.7.6 Thermischer Kontaktwiderstand	28
1.8 Beispiele	29
1.9 Aufgaben zum Selbststudium	45
2 Massen- und Energiebilanzen	49
2.1 Grundlagen	49
2.1.1 System	49
2.1.2 Kontinuitätsgleichung	49
2.1.3 Erster Hauptsatz der Thermodynamik	50
2.1.4 Hinweise zur Aufstellung von Energiebilanzen	57
2.1.5 Innere Energie und Enthalpie	59
2.1.6 Enthalpieströme	59
2.2 Beispiele	61
2.3 Aufgaben zum Selbststudium	94

3 Stationäre Wärmeleitung	99
3.1 Grundlagen	99
3.1.1 Péclet-Gleichungen für mehrschichtige Bauteile	99
3.1.2 Mehrschichtige ebene Platte	99
3.1.3 Zylinderschalen	99
3.1.4 Kugelschalen	100
3.1.5 Oberflächen- und Schichttemperaturen	101
3.1.6 Stationäre eindimensionale Wärmeleitung mit inneren Wärmequellen	101
3.1.7 Ebene Platte mit Wärmequellen	101
3.1.8 Vollzylinder und Zylinderschale mit Wärmequellen	101
3.1.9 Vollkugel und Kugelschale mit Wärmequellen	102
3.1.10 Stationäre zweidimensionale Wärmeleitung ohne innere Wärmequellen	102
3.2 Beispiele	106
3.3 Aufgaben zum Selbststudium	117
4 Rippen und Nadeln	120
4.1 Grundlagen	120
4.1.1 Kenngrößen von Rippen	120
4.1.2 Universelle Rippendifferenzialgleichung	121
4.1.3 Rechteckrippen	121
4.1.4 Zylindrische Nadeln	122
4.1.5 Kreisringrippen	122
4.1.6 Weitere Formen von Rippen und Nadeln	122
4.1.7 Optimale Rippen	124
4.1.8 Thermischer Widerstand von Rippen und Nadeln	124
4.2 Beispiele	125
4.3 Aufgaben zum Selbststudium	136
5 Instationäre Wärmeleitung	138
5.1 Grundlagen	138
5.1.1 Dimensionslose Kennzahlen	138
5.1.2 Dimensionslose Grundgleichung	139
5.1.3 Dimensionslose Anfangs- und Randbedingungen	140
5.1.4 Modelle der instationären Wärmeleitung	141
5.1.5 Ideal gerührter Behälter	143
5.1.6 Halbunendlicher Körper	144
5.1.7 Exakte Lösung für Platte, Zylinder und Kugel	147
5.1.8 Näherungslösung für große Zeiten	149
5.1.9 Kurzzeitznäherung des erweiterten ideal gerührten Behälters	151
5.1.10 Produktansatz bei mehrdimensionaler Wärmeleitung	155
5.2 Beispiele	158
5.3 Aufgaben zum Selbststudium	181

6 Konvektion	185
6.1 Grundlagen	185
6.1.1 Arten von Konvektion	185
6.1.2 Ähnlichkeitstheorie und dimensionslose Kennzahlen	186
6.1.3 Längs angeströmte ebene Platte	187
6.1.4 Quer und schräg angeströmte Zylinder	187
6.1.5 Quer angeströmte Profile	188
6.1.6 Umströmte Kugel	188
6.1.7 Einlaufproblematik bei der Rohr- und Kanalströmung	188
6.1.8 Vollständig ausgebildete Laminarströmung	189
6.1.9 Thermischer Einlauf bei laminarer Strömung	189
6.1.10 Hydrodynamischer und thermischer Einlauf bei laminarer Strömung	190
6.1.11 Vollständig ausgebildete turbulente Rohrströmung	190
6.1.12 Ausgebildete Rohrströmung im Übergangsbereich	191
6.1.13 Nichtkreisförmige Querschnitte	191
6.1.14 Fluidtemperaturänderung in Strömungsrichtung	191
6.1.15 Freie Konvektion	192
6.1.16 Vertikale ebene Platte	193
6.1.17 Vertikaler Zylinder	193
6.1.18 Geneigte ebene Platte	193
6.1.19 Horizontale ebene Platten	194
6.1.20 Horizontaler Zylinder	194
6.1.21 Kugel	194
6.1.22 Freie Konvektion in geschlossenen Fluidschichten	195
6.1.23 Horizontale ebene Schichten	195
6.1.24 Geneigte ebene Schichten	196
6.1.25 Vertikale ebene Schichten	196
6.1.26 Freie Konvektion in offenen Fluidschichten	197
6.1.27 Senkrechte Kanäle	197
6.1.28 Geneigte Kanäle	198
6.1.29 Parallele vertikale Platten	199
6.1.30 Mischkonvektion an umströmten Körpern	199
6.2 Beispiele	201
6.3 Aufgaben zum Selbststudium	214
7 Wärmeübertrager	216
7.1 Grundlagen	216
7.1.1 Begriffe und Nomenklatur	216
7.1.2 Bauformen von Wärmeübertragern	217
7.1.3 Einseitig konstante Fluidtemperatur	217
7.1.4 Dimensionslose Kennzahlen	218
7.1.5 Wärmeübertrager-Hauptgleichung	219
7.1.6 Gleichstrom-Wärmeübertrager	219
7.1.7 Gegenstrom-Wärmeübertrager	220
7.1.8 Kreuzstrom-Wärmeübertrager	221
7.1.9 Wärmewirkungsgrade von Wärmeübertragern	222
7.1.10 Korrekturfaktor	223
7.1.11 Wärmeübertrager mit Phasenübergang	223
7.1.12 Ablagerungen (Fouling)	223
7.2 Beispiele	224
7.3 Aufgaben zum Selbststudium	236

8 Wärmestrahlung	238
8.1 Grundlagen	238
8.1.1 Wellenlängenbereiche der Strahlung	238
8.1.2 Modell des schwarzen Körpers	239
8.1.3 Strahlungsfunktion des schwarzen Körpers	240
8.1.4 Strahlungsintensität und emittierte Strahlung	241
8.1.5 Auftreffende Strahlung	242
8.1.6 Helligkeit	242
8.1.7 Spektrale Kenngrößen	243
8.1.8 Emissionsgrad	244
8.1.9 Absorption, Reflexion und Transmission	245
8.1.10 Graue und selektive Strahler	246
8.1.11 Kirchhoff'sches Gesetz	248
8.1.12 Helligkeit grauer opaker Oberflächen	249
8.1.13 Oberflächenwiderstand für Strahlung	249
8.1.14 Raumwiderstand zweier strahlender Oberflächen	250
8.1.15 Helligkeitsverfahren für Wärmestrahlungsprobleme	251
8.1.16 Wärmestrahlung zwischen zwei Oberflächen	252
8.1.17 Wärmestrahlung zwischen drei Oberflächen	253
8.1.18 Wärmeübergangskoeffizient für Strahlung	254
8.1.19 Strahlungsaustauschkoeffizient	255
8.1.20 Einstrahlzahlen	255
8.1.21 Einstrahlzahlen zwischen zwei Flächen	255
8.1.22 Einstrahlzahlen einer Fläche zu sich selbst	257
8.1.23 Einstrahlzahlen-Algebra	257
8.1.24 Methode der gekreuzten Fäden	259
8.1.25 Einstrahlzahlen einfacher Konfigurationen	259
8.1.26 Strahlungsschutzschirme	263
8.2 Beispiele	266
8.3 Aufgaben zum Selbststudium	283
9 Aufgaben aus verschiedenen Themengebieten	286
10 Anhang	318
10.1 Gauß'sche Fehlerfunktion	318
10.2 Bessel-Funktionen	319
10.2.1 Bessel-Funktionen 1. Art	319
10.2.2 Modifizierte Bessel-Funktionen 1. und 2. Art	319
10.2.3 Zahlentafeln der Bessel-Funktionen	321
10.3 Näherungslösung der eindimensionalen instationären Wärmeleitung	325
10.4 Stoffwerte	330
10.5 Lösungen der Übungsaufgaben	auf CD
Literatur	332
Index	337

Formelzeichen und Abkürzungen

► Lateinische Buchstaben

Symbol	Dimension	Bedeutung
$\stackrel{!}{=}$	–	muss gleich sein (Forderung)
(\dots)	problembezogen	Mittelwert einer Größe
$(\dots)^T$	problembezogen	transponierter Vektor (Zeilenvektor)
a	–	Absorptionskoeffizient (Absorptionsgrad)
α	m^2/s	Temperaturleitfähigkeit
\mathbf{A}	–	Koeffizienten-Matrix (Helligkeitsverfahren)
A	m^2	(wärmeübertragende) Fläche
a_2, a_4	–	Koeffizienten des Temperaturprofils (EIGB)
a_{sol}	–	solarer Absorptionskoeffizient
A_{\perp}	m^2	Querschnittsfläche bei der freien Konvektion in Kanälen
A_{O}	m^2	Oberfläche
A_{U}	m^2	Umfangsfläche eines Rohres oder Kanals
b	m	Breite
\vec{b}	W/m^2	Vektor der rechten Seite (Helligkeitsverfahren)
B	m	Breite
Bi	–	Biot-Zahl
\tilde{Bi}	–	mit \tilde{L} gebildete Biot-Zahl
c	$\text{J}/(\text{kg K})$	spezifische Wärmekapazität
c	m/s	Schallgeschwindigkeit
c	m/s	Wellenausbreitungsgeschwindigkeit
C	problembezogen	Konstante
c_p	$\text{J}/(\text{kg K})$	spezifische isobare Wärmekapazität
c_v	$\text{J}/(\text{kg K})$	spezifische isochore Wärmekapazität
C_{12}	$\text{W}/(\text{m}^2 \text{K}^4)$	Strahlungsaustauschkoeffizient zwischen den Oberflächen 1 und 2
C_m	–	Konstante für die Zentrumstemperatur bei der Näherungslösung für große Zeiten (NGZ)
C_q	–	Konstante für die kalorische Mitteltemperatur bei der Näherungslösung für große Zeiten (NGZ)
C_w	–	Konstante für die Wandtemperatur bei der Näherungslösung für große Zeiten (NGZ)
d	m	Dicke, Tiefe
d	–	gewöhnlicher Differenzialoperator
$d\omega$	sr	differenzieller Raumwinkel
D	m	Durchmesser
D_{H}	m	hydraulischer Durchmesser
div	$1/\text{m}$	Divergenz
e	m	Exzentrizität
E	W/m^2	Emission
E	J	Gesamtenergie
E	–	Quadrat des ersten Eigenwerts bei der Näherungslösung für große Zeiten (NGZ)
\dot{e}_q	W/m^3	volumenbezogene Dichte innerer Wärmequellen
$\text{erf}(x)$	–	(Gauß'sche) Fehlerfunktion (error function)
$\text{erfc}(x)$	–	komplementäre Fehlerfunktion
$\exp(x)$	–	Exponentialfunktion
\dot{E}_q	W	Leistung innerer Wärmequellen
E_{S}	W/m^2	Emission des schwarzen Körpers
$E_{\text{S},\lambda}$	$\text{W}/(\text{m}^2 \mu\text{m})$	spektrale Emission des schwarzen Körpers
f	Hz	Frequenz
F	–	Korrekturfaktor bei Wärmeübertragern
f_{λ}	–	Strahlungsfunktion des schwarzen Körpers
$f(x)$	–	(beliebige) Funktion
\tilde{Fo}	–	Fourier-Zahl
\tilde{Fo}	–	mit \tilde{L} gebildete Fourier-Zahl
\tilde{Fo}^*	–	Grenzwert der Fourier-Zahl für große Zeiten (NGZ)
\tilde{Fo}	–	Grenzwert der Fourier-Zahl für sehr kurze Zeiten (HUK)
$\hat{\tilde{Fo}}$	–	Grenzwert der Fourier-Zahl für kurze Zeiten (EIGB)

Symbol	Dimension	Bedeutung
g	m/s^2	Schwerebeschleunigung ($g=9,81 \text{ m/s}^2$)
G	W/m^2	auftreffende Strahlung
G_{el}	S	elektrischer Leitwert
G_{th}	W/K	thermischer Leitwert
Gr	–	Grashof-Zahl
Gr_s	–	mit der Spaltweite s gebildete Grashof-Zahl
grad	$1/\text{m}$	Gradient
Gz	–	Graetz-Zahl
h	J/kg	spezifische Enthalpie
H	J	Enthalpie
H	m	Höhe
\dot{H}	W	Enthalpiestrom
h_{fg}	J/kg	spezifische Verdampfungswärme
I	A	elektrischer Strom
I	W/m^2	Intensität (Strahlung)
\vec{I}	$(\text{kg m})/\text{s}$	Impuls
$I_0(x)$	–	modifizierte Bessel-Funktion 1. Art 0. Ordnung
$I_1(x)$	–	modifizierte Bessel-Funktion 1. Art 1. Ordnung
$I_{-\frac{1}{3}}(x)$	–	modifizierte Bessel-Funktion 1. Art gebrochener Ordnung
$I_{\frac{2}{3}}(x)$	–	modifizierte Bessel-Funktion 1. Art gebrochener Ordnung
I_e	W/m^2	Intensität der emittierten Strahlung
I_i	W/m^2	Intensität der auftreffenden Strahlung
J	W/m^2	Helligkeit
J	J	Streuenergie
\dot{J}	W	Streuleistung
\vec{J}	W/m^2	Helligkeitsvektor
$\mathbf{J}(\vec{x})$	problembezogen	Jacobi-Matrix (Funktionalmatrix)
$J_0(x)$	–	Bessel-Funktion 1. Art 0. Ordnung
$J_1(x)$	–	Bessel-Funktion 1. Art 1. Ordnung
k	$\text{W}/(\text{m}^2 \text{K})$	Wärmedurchgangskoeffizient
k^*	$\text{W}/(\text{m K})$	längenbezogener Wärmedurchgangskoeffizient
K	W/K	Übertragungsfähigkeit (Wärmeübertrager)
$K_0(x)$	–	modifizierte Bessel-Funktion 2. Art 0. Ordnung
$K_1(x)$	–	modifizierte Bessel-Funktion 2. Art 1. Ordnung
K_L	–	Korrekturwert für die Einlauflänge
K_T	–	Korrekturwert für temperaturabhängige Stoffwerte
L	m	Anströmlänge bei der freien Konvektion
L	m	(charakteristische) Länge
L_j	m	Überströmlänge bei der erzwungenen Konvektion
\bar{L}	m	Verhältnis Körpervolumen zu wärmeübertragender Oberfläche
\hat{L}	m	Diffusionslänge
L_{hyd}	m	hydrodynamische Einlauflänge
L_{th}	m	thermische Einlauflänge
L_{th}	W/K	thermischer Leitwert
m	kg	Masse
\dot{m}	kg/s	Massenstrom
M	–	dimensionsloser Rippenparameter
Ma	–	Mach-Zahl
$\max[a, b]$	problembezogen	Maximum zweier Größen a und b
n	–	Geometrie Kennzahl der Wärmeleitung (Platte, Zylinder, Kugel)
n	m	Normalenrichtung
N	–	Anzahl der Oberflächen in einem Mehrkörpersystem
N	problembezogen	Nenner eines Bruchs
NTU	–	Anzahl der Übertragungseinheiten
Nu	–	Nußelt-Zahl
Nu_0	–	Grundwert der Nußelt-Zahl
Nu_∞	–	Nußelt-Zahl der vollaufgebildeten Strömung
Nu_i	–	„innere“ Nußelt-Zahl (EIGB)
Nu_{ges}	–	„resultierende“ Nußelt-Zahl (EIGB)
Nu_s	–	mit der Spaltweite s gebildete Nußelt-Zahl

Symbol	Dimension	Bedeutung
p	N/m^2	Druck
P_1, P_2	–	Betriebscharakteristiken der Fluide 1 und 2 (Wärmeübertrager)
P_t	W	technische Leistung
Pe	–	Péclet-Zahl
Pr	–	Prandtl-Zahl
\dot{q}	W/m^2	Wärmestromdichte
Q	$\text{J} = \text{W s}$	Wärme(menge)
\dot{Q}	W	Wärmestrom
\dot{Q}_L	W/m	längenbezogener Wärmestrom
r	m	Radialkoordinate
R	m	Radius
R	$(\text{m}^2 \text{K})/\text{W}$	Wärmedurchlasswiderstand (spezifischer Wärmeleitwiderstand)
R	$\text{J}/(\text{kg K})$	(spezielle) Gaskonstante
r_S	J/kg	spezifische Schmelzwärme
r_V	J/kg	spezifische Verdampfungswärme
R_1, R_2	–	Wärmekapazitätsstromverhältnisse der Fluide 1 und 2 (Wärmeübertrager)
R_α	$(\text{m}^2 \text{K})/\text{W}$	(spezifischer) Wärmeübergangswiderstand
R_λ	$(\text{m}^2 \text{K})/\text{W}$	Wärmedurchlasswiderstand (spezifischer Wärmeleitwiderstand)
R_{el}	Ω	elektrischer Widerstand
R_f	$(\text{m}^2 \text{K})/\text{W}$	spezifischer Verschmutzungswiderstand (Wärmeübertrager)
R_i	$1/\text{m}^2$	Oberflächenwiderstand für Strahlung der Fläche i
$R_{i,j}$	$1/\text{m}^2$	Raumwiderstand für Strahlung zwischen den Flächen i und j
R_T	$(\text{m}^2 \text{K})/\text{W}$	(spezifischer) Wärmedurchgangswiderstand
R_{th}	K/W	thermischer Widerstand
R_{th}^*	$(\text{m}^2 \text{K})/\text{W}$	spezifischer thermischer Widerstand
$R_{th,C}^*$	$(\text{m}^2 \text{K})/\text{W}$	spezifischer Kontaktwiderstand
Ra	–	Rayleigh-Zahl
Ra_s	–	mit der Spaltweite s gebildete Rayleigh-Zahl
Ra_s^*	–	modifizierte Rayleigh-Zahl bei parallelen Platten
Re	–	Reynolds-Zahl
Re_D	–	mit dem Durchmesser D gebildete Reynolds-Zahl
Re_L	–	mit der Länge L gebildete Reynolds-Zahl
s	m	charakteristische Spaltweite bei Fluidschichten
s	m	Dicke, Tiefe
s	m	Wandstärke bei Rohren und Kanälen
S	m	Formfaktor der Wärmeleitung
S_ℓ	–	längenbezogener Formfaktor der Wärmeleitung
t	s	Zeit
$t_{1/2}$	s	Halbwertszeit
T	K	absolute Temperatur
T_0	K	Temperatur des Gefrierpunkts von Wasser ($T_0 = 273,15 \text{ K}$)
T_B	K	absolute Bezugstemperatur für die Stoffwerte
u	J/kg	spezifische innere Energie
U	V	elektrische Spannung
U	J	innere Energie
U	m	Umfang
U	$\text{W}/(\text{m}^2 \text{K})$	Wärmedurchgangskoeffizient (Bauphysik)
\dot{U}	W	innerer Energiestrom
v	m^3/kg	spezifisches Volumen
V	m^3	Volumen
\dot{V}	m^3/s	Volumenstrom
w	m/s	Geschwindigkeit
W	J	Arbeit
W_{R}	J	(innere) Reibungsarbeit
\dot{W}	W/K	Wärmekapazitätsstrom
w_∞	m/s	Freistrom- bzw. Anströmgeschwindigkeit
x	m	Ortskoordinate
$\vec{x} = (x, y, z)^T$	m	Ortsvektor
y	m	Ortskoordinate
z	m	Ortskoordinate
Z	problembezogen	Zähler eines Bruchs

► Griechische Buchstaben

Symbol	Dimension	Bedeutung
α	$W/(m^2 K)$	Wärmeübergangskoeffizient
α_i	$W/(m^2 K)$	„innerer“ Wärmeübergangskoeffizient (EIGB)
α_K	$W/(m^2 K)$	konvektiver Wärmeübergangskoeffizient
α_S	$W/(m^2 K)$	Wärmeübergangskoeffizient für Strahlung (radiativer WÜK)
α_x	$W/(m^2 K)$	lokaler Wärmeübergangskoeffizient
β_p	1/K	isobarer Ausdehnungskoeffizient
β_v	1/K	isochorer Spannungskoeffizient
γ	°	Neigungswinkel bei der freien Konvektion an geneigten Fluidschichten (gegen die Horizontale)
γ	°	Neigungswinkel bei der freien Konvektion an geneigten Platten und Kanälen sowie bei der Mischkonvektion (gegen die Vertikale)
Δ	1/m ²	Delta-Operator
Δ	z. B. K	Differenz
δ_1	—	erster Eigenwert bei der Näherungslösung für große Zeiten (NGZ)
$\Delta\vartheta_{\log}$	K	logarithmisch gemittelte Temperaturdifferenz
ϵ	—	Emissionsgrad (Emissionsverhältnis)
ϵ	—	Genauigkeitsschranke
ϵ	—	Wärmekapazitätsverhältnis
ϵ	—	Wärmewirkungsgrad (Austauschgrad) eines Wärmeübertragers
ϵ_R	—	Leistungsziffer einer Rippe
ζ	—	dimensionslose Ortskoordinate
ζ	—	Widerstandsbeiwert (z. B. bei der turbulenten Rohrströmung)
η	—	dimensionslose Ortskoordinate
η	$N s/m^2 = Pa s$	dynamische Viskosität
η	—	Wirkungsgrad
η_R	—	Rippenwirkungsgrad
θ	K	Übertemperatur (z. B. einer Rippe)
θ_0	K	Übertemperatur am Rippenfuß
ϑ	°C	Celsius-Temperatur
ϑ_0	°C	Anfangstemperatur
ϑ'_1	°C	Eintrittstemperatur von Fluid 1 (Wärmeübertrager)
ϑ''_1	°C	Austrittstemperatur von Fluid 1 (Wärmeübertrager)
ϑ'_2	°C	Eintrittstemperatur von Fluid 2 (Wärmeübertrager)
ϑ''_2	°C	Austrittstemperatur von Fluid 2 (Wärmeübertrager)
ϑ_∞	°C	Umgebungstemperatur bzw. Temperatur nach unendlich langer Zeit
ϑ_B	°C	Bezugstemperatur für die Stoffwerte
ϑ_W	°C	Wandtemperatur
Θ	°C	Differenztemperatur
Θ	—	dimensionslose mittlere Temperaturdifferenz (Wärmeübertrager)
Θ	—	normierte Temperatur (dimensionslose Temperaturdifferenz)
Θ^*	—	normierte Temperatur (dimensionslose Temperaturdifferenz)
Θ	—	normierte kalorische Mitteltemperatur
Θ_m	—	normierte Zentrumstemperatur (EIGB, ELF, NGZ)
Θ_w	—	normierte Wandtemperatur
κ	1/m	spezifische Anzahl der Übertragungseinheiten
κ	—	Isentropenexponent
λ	$W/(m K)$	Wärmeleitfähigkeit
λ	m	Wellenlänge
λ	—	Rohrreibungszahl
Λ	$W/(m^2 K)$	Wärmedurchlasskoeffizient
λ_s	$W/(m K)$	scheinbare Wärmeleitfähigkeit
μ	—	Ähnlichkeitsvariable beim halbunendlichen Körper (HUK)
μ	1/m	Rippenparameter
ν	m^2/s	kinematische Viskosität
ξ	—	dimensionslose Ortskoordinate
ϱ	kg/m^3	Dichte (Massendichte)
ϱ	—	Reflexionsgrad (Reflexionskoeffizient)
σ	m/Ω	spezifische elektrische Leitfähigkeit
σ	$W/(m^2 K^4)$	Stefan-Boltzmann-Konstante ($\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} W/(m^2 K^4)$)
$\sigma_{1,2}$	$W/(m^2 K^4)$	Strahlungskonstante der Anordnung
τ	—	dimensionslose Kenngröße beim halbunendlichen Körper (HUK)
τ	—	dimensionslose Zeit

Symbol	Dimension	Bedeutung
τ	N/m ²	Schubspannung
τ	–	Transmissionsgrad (Transmissionskoeffizient)
τ, τ_0	s	Zeitkonstante
φ	–	Azimutwinkel
Φ	–	Einstrahlzahlen-Matrix
Φ	–	Rückwärmzahl
$\varphi_{i,j}$	–	Einstrahlzahl zwischen den Oberflächen i und j
$\varphi_{i \rightarrow j}$	–	Einstrahlzahl zwischen den Oberflächen i und j
$\varphi_{i,i}$	–	Eigeneinstrahlzahl der Oberfläche i
ψ	–	Zenitwinkel
Ψ	°C	Summentemperatur
χ_T	1/Pa	isotherme Kompressibilität

► Indizes

Index	Bedeutung	Index	Bedeutung
+	Serienschaltung	li	links
	Parallelschaltung	m	mittel, Mitte
∞	Umgebung	max	maximal
α	Konvektion, konvektiv	min	minimal, Mindest-
ϵ	Strahlung	Misch	Mischkonvektion
λ	spektral (wellenlängenabhängig)	opt	optimal
λ	Wärmeleitung	p	partikulär
ϑ	Temperatur	P	Platte
a	außen	pot	potenziell
abs	absorbiert	re	rechts
Bezug	Bezugswert	ref	reflektiert
dif	diffus	S	schwarzer Körper
dir	direkt	se	Oberfläche außen (surface external)
e	außen (external)	si	Oberfläche innen (surface internal)
e	emittiert (emitted)	sol	solar
el	elektrisch	Str	Strahlung
erzw	erzwungene Konvektion	TP	Taupunkt
frei	freie Konvektion	trans	transmittiert
ges	gesamt, resultierend	turb	turbulent
hom	homogen	w	Geschwindigkeit
i	auftreffend (incident)	w	Wand
i	innen	W	Wasser
inh	inhomogen	WD	Wärmedämmung
K	Konvektion	x	in x -Richtung
K	Kugel	y	in y -Richtung
kin	kinetisch	z	in z -Richtung
krit	kritisch	Z	Zylinder
L	Luft	zul	zulässig
lam	laminar		

► Abkürzungen

Abkürzung	Bedeutung
AB(n)	Anfangsbedingung(en)
Dgl(n).	Differenzialgleichung(en)
EIGB	erweitertes Modell des ideal gerührten Behälters
ELF	exakte Lösung mit Fourier-Reihe
Gl(n).	Gleichung(en)
GS	Gleichstrom
GG	Gegenstrom
HUK	halbbunendlicher Körper
IGB	Modell des ideal gerührten Behälters
NGZ	Näherungslösung für große Zeiten
oH	oberer Halbraum
RB(n)	Randbedingung(en)
Tab.	Tabelle
WRG	Wärmerückgewinnung

1 Grundlagen der Wärmeübertragung

1.1 Praktische Bedeutung

»Die Temperaturunterschiede streben dem Ausgleich zu.« [11]

Dies ist nicht nur eine wissenschaftliche Erkenntnis, sondern beschreibt auch bekannte „thermische“ Alltagserfahrungen, z. B.:

- Die Abkühlung einer heißen Kartoffel lässt sich durch kräftiges Anpusten beschleunigen.
- Beim Öffnen eines Fensters strömt im Winter kalte Außenluft ein und warme Raumluft aus.
- Jeder Automotor benötigt eine Warmlaufphase, bis er seine Betriebstemperatur erreicht.
- In klaren Nächten kann auch bei Temperaturen über 0 °C Bodenfrost auftreten.
- Eine Kirche mit dicken Steinmauern bietet im Sommer bei hohen Außentemperaturen ein angenehmes Raumklima.

Auch wenn uns diese Vorgänge selbstverständlich und vertraut erscheinen, handelt es sich dabei doch um teilweise komplexe Vorgänge der Wärmeübertragung. Zur erfolgreichen Analyse, Berechnung und Optimierung von Wärmetransportvorgängen sowie zur Entwicklung neuer Verfahren und Technologien sind solide und umfassende Kenntnisse der Wärmeübertragung unerlässlich.

Die Wärmeübertragung ist keineswegs auf die klassischen Bereiche der Technik, wie

- Energietechnik (z. B. Kraftwerke, Turbinen, Fernwärmesysteme)
 - Fahrzeugtechnik (z. B. Motorkühlung, Fahrzeugklimatisierung)
 - Luft- und Raumfahrttechnik (z. B. Hitzeschilder für Wiedereintritt)
 - Gebäudetechnik (z. B. Solarkollektoren, Heizkörper),
- beschränkt, sondern gewinnt zunehmend auch in angrenzenden Fachgebieten an Bedeutung:

- Elektrotechnik (z. B. energiesparende Kühl- und Gefriergeräte)
- Informationstechnologie (z. B. Hochleistungs-CPUs)
- Produktionstechnik (z. B. Wärmebehandlung von Werkstoffen)
- Messtechnik (z. B. Temperatursensoren, Wärmebildkameras)
- Mechatronik und Nanotechnologie (z. B. Nanoröhren, Nanobots)
- Umwelttechnik (z. B. regenerative Energien, Brennstoffzellen)
- Recycling und Entsorgungstechnik (z. B. thermische Trennverfahren)
- Bio- und Medizintechnik (z. B. Biosensoren, Thermografie zur Lokalisation von Entzündungen, Hyperthermie)
- Lebensmitteltechnologie (z. B. Kühlung von Lebensmitteln, Pasteurisierung, Transportbehälter)
- Meteorologie und Klimatologie (z. B. Treibhauseffekt, globale Erderwärmung)

Eine enge Beziehung der Wärmeübertragung besteht auch zur Stoffübertragung, die hier aber nicht behandelt wird.



Bild 1.1: Rückkühlwerk einer Klimaanlage.

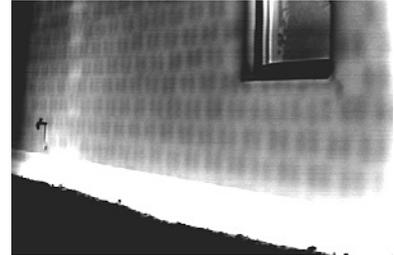


Bild 1.2: Thermogramm einer Fassade.



Bild 1.3: Glaskuppel des Reichstags Berlin.

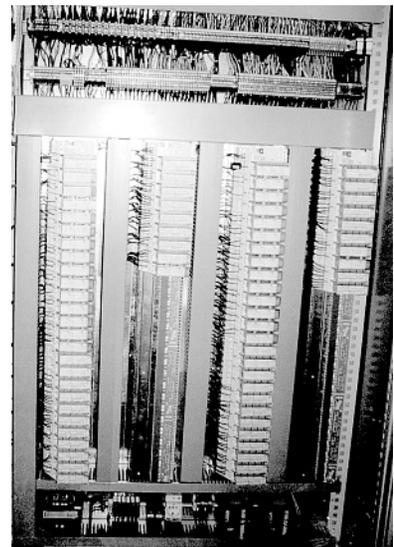


Bild 1.4: Elektrischer Schaltschrank.

Im Folgenden bezeichnet ϑ die Celsius-Temperatur, T die absolute Temperatur, t die Zeit, \dot{Q} den Wärmestrom und \dot{q} die Wärmestromdichte.

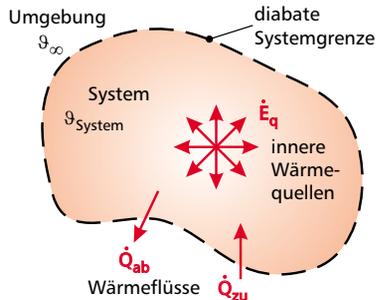


Bild 1.5: Wärmeübertragung durch Wärme-flüsse über eine diatherme Systemgrenze.

Ströme (z. B. Massen-, Volumen-, Wärme-, Enthalpieströme) werden mit einem über das betreffende Symbol gesetzten Punkt gekennzeichnet, also \dot{m} , \dot{V} , \dot{Q} , \dot{H} , während die vom jeweiligen Strom geänderten Quantitäten m , V , Q , H ohne Punkt notiert werden.

Die Aussage „Das System enthält 10 MJ Wärme.“ ist eigentlich unzutreffend. Besser ist die Sprechweise: „Dem System wurden 10 MJ Wärme zugeführt, wodurch sich die innere Energie um 10 MJ erhöhte.“

Thermodynamisch ist die Wärme wie die Arbeit keine Zustands-, sondern eine Prozessgröße. **Zustandsgrößen** (z. B. Temperatur T , innere Energie U) kennzeichnen als wegunabhängige Systemeigenschaften einen bestimmten Zustand eines thermodynamischen Systems. Demgegenüber beschreiben **Prozessgrößen** (z. B. Wärme Q , Arbeit W) die Form der Energieübertragung und hängen vom gewählten thermodynamischen Weg ab.

Intensive Zustandsgrößen hängen im Unterschied zu **extensiven** Zustandsgrößen nicht von der Masse bzw. der Stoffmenge des Systems ab. Bei Teilung eines Systems in zwei gleich große Teile besitzen beide Teile dieselben Werte der intensiven Zustandsgrößen wie das Ausgangssystem, während sie nur die halben Werte der extensiven Zustandsgrößen aufweisen.

Es wird davon ausgegangen, dass der (die) Leser(in) im Wesentlichen mit den Grundlagen der Wärmeübertragung vertraut ist. Die umfangreiche Literatur [1]–[23] bedient sich teilweise unterschiedlicher Bezeichnungen und Symbole, wobei sich das vorliegende Buch auf die gängige Nomenklatur stützt und diese bei Bedarf sinnvoll ergänzt.

1.2 Wärme, Wärmestrom, Wärmestromdichte

Wärme ist Energie, die an der diathermen (wärmedurchlässigen) Grenze zwischen Systemen verschiedener Temperatur auftritt und allein aufgrund des Temperaturunterschiedes ohne Arbeitsleistung zwischen den Systemen übertragen wird (Bild 1.5). Die **Thermodynamik** beschäftigt sich mit der Wärme Q in J (Joule) = $W \cdot s$, die bei verschiedenen **Gleichgewichtszuständen** eines Systems auftritt. Der gelegentlich verwendete Begriff Wärmemenge entstammt der unzutreffenden Vorstellung, Wärme bestünde aus einem Stoff, dem man eine gewisse Stoffmenge zuweisen könne. Die Wärme Q wird dadurch übertragen, dass in der Zeit $t = t_1 - t_0$ ein **Wärmestrom** \dot{Q} in W (Watt) = 1 J/s fließt:

$$Q = \int_{t_0}^{t_1} \dot{Q}(t) dt; \quad \text{bzw.} \quad Q = \dot{Q} \cdot (t_1 - t_0), \quad \text{falls } \dot{Q} = \text{const.} \quad (1.1)$$

Häufig wird mit der **Wärmestromdichte** \dot{q} der auf die Fläche A bezogene Wärmestrom zur Beschreibung von Systemen verwendet:

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} \quad \text{und} \quad \dot{Q} = \dot{q} \cdot A \quad [\dot{q}] = \frac{W}{m^2} \quad (1.2)$$

Wärme fließt nach dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik selbst-tätig entlang eines Temperaturgefälles stets von höherer zu niedrigerer Temperatur. Besitzen zwei Systeme in Abwesenheit thermoelektrischer Effekte (z. B. Peltier-Effekt) dieselbe Temperatur (thermisches Gleichgewicht nach dem 0. Hauptsatz), kommt der Wärmefluss zum Erliegen. Die Energieform Wärme tritt damit nur bei der Überschreitung der Systemgrenze in Erscheinung. Im System selbst ist die Wärme nicht feststellbar, sondern sie trägt zur Änderung der inneren Energie U des Systems bei. Die Erfassung der Änderung der inneren Energie ΔU (bei Festkörpern und Flüssigkeiten näherungsweise auch der Enthalpie ΔH) erfolgt indirekt über die Temperaturmessung.

Der Systembegriff der Thermodynamik ist auch in der Wärmeübertragung von zentraler Bedeutung. Das **thermodynamische System** ist ein durch eine **Systemgrenze** festgelegtes Gebiet, das zum Zweck der Analyse von seiner **Umgebung** gedanklich abgegrenzt wird (Bild 1.5). In Bezug auf das gesteckte Untersuchungsziel sollte die Systemgrenze so gewählt werden, dass eine möglichst einfache Lösung erreicht wird. Die Grenzen eines Systems können fest oder variabel, materiell oder imaginär, durchlässig oder undurchlässig sein. Thermodynamische Systeme lassen sich nach ihren Wechselwirkungen hinsichtlich des Energie- und Stofftransports mit der Umgebung einteilen.

Geschlossene Systeme sind massedicht und ermöglichen keinen Stofftransport über die Systemgrenze. Bei **offenen Systemen** treten Massenströme (ggf. an verschiedenen Stellen) über die Systemgrenze. Bei halb-offenen Systemen erfolgt der Massentransport nur in eine Richtung über die Systemgrenze (z. B. Ausströmen aus einem Behälter).

Hinsichtlich des Wärmetransports ist zwischen **adiabaten** (wärmedichten) und **diathermen** (wärmedurchlässigen) Systemen zu unterscheiden. Da eine thermisch ideale Wärmedämmung nicht möglich ist, stellt der Begriff „adiabat“ eine Idealisierung dar und wird in der Praxis für Systeme verwendet, bei denen der Wärmefluss über die Systemgrenze vernachlässigbar klein ist, wie z. B. bei sehr gut gedämmten Rohrleitungen (Bild 1.7).

1.3 Temperatur und Temperaturfelder

Im thermodynamischen Sinne ist die **Temperatur** eine intensive Zustandsgröße, die als Grundgröße nicht auf andere Größen zurückgeführt werden kann, sondern eindeutig definiert werden muss. Dies gelingt mithilfe des thermischen Gleichgewichts thermodynamischer Systeme (0. Hauptsatz). Danach haben zwei Systeme im thermischen Gleichgewicht immer dieselbe Temperatur, während Systeme, die nicht im thermischen Gleichgewicht miteinander stehen, stets unterschiedliche Temperaturen aufweisen.

Die Temperatur charakterisiert damit den **thermischen Zustand eines Systems**. Durch den Wärmesinn besitzt der Mensch mit „heiß“, „warm“ und „kalt“ qualitative und relative Vorstellungen über den thermischen Zustand von Systemen. Eine Quantifizierung dieser Empfindungen war jedoch erst mit der Einführung des Temperaturbegriffs und der Erfindung funktionierender Thermometer mit geeigneten Skalen möglich.

Temperaturen können entweder als **Celsius-Temperaturen** ϑ oder als **absolute (thermodynamische) Temperaturen** T notiert werden:

$$T = \frac{\vartheta}{^{\circ}\text{C}} \cdot \text{K} + T_0; \quad [T] = \text{K} \quad \text{mit} \quad T_0 = 273,15 \text{ K} \quad (1.3)$$

$$\vartheta = \frac{T - T_0}{\text{K}} \cdot ^{\circ}\text{C}; \quad [\vartheta] = ^{\circ}\text{C} \quad (1.4)$$

Im Folgenden werden Temperaturen bis auf die Wärmestrahlung als Celsius-Temperaturen angegeben und mit dem Symbol ϑ bezeichnet. Da sich beide Temperaturen nur um die additive Konstante T_0 unterscheiden, ist es unerheblich, ob **Temperaturdifferenzen** zwischen Celsius- oder Kelvin-Temperaturen berechnet werden.

$$\Delta T = T_1 - T_2 \quad (1.5)$$

$$\Delta \vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2 \quad (1.6)$$

$$\Delta T = T_1 - T_2 = (\vartheta_1 + T_0) - (\vartheta_2 + T_0) = \vartheta_1 - \vartheta_2 = \Delta \vartheta \quad (1.7)$$

Es ist allerdings zu beachten, dass **Temperaturdifferenzen generell in K** angegeben werden, unabhängig davon, auf welcher Temperaturskala sie berechnet wurden. Der scheinbare Widerspruch, dass die Gln. (1.3) und (1.4) mit K und $^{\circ}\text{C}$ zwei unterschiedliche Einheiten verknüpfen, lässt sich dadurch auflösen, dass jede Celsius-Temperatur als Temperaturunterschied zum Nullpunkt der Celsius-Skala interpretiert und damit in K angegeben werden kann.

Die Temperatur ist eine **skalare** Größe, d.h. sie besitzt keine Richtung. Hängt die Temperatur vom Ort ab, spricht man von einem **Temperaturfeld** (skalares Feld):



Die Begriffe „**Isolation**“ bzw. „**isolieren**“ kennzeichnen Schutzmaßnahmen gegen den elektrischen Strom. Im Zusammenhang mit wärmetechnischen Maßnahmen spricht man besser von „**Wärmedämmung**“ bzw. „**dämmen**“, auch wenn der Begriff „**Isoliertechnik**“ in der Praxis eingeführt ist.

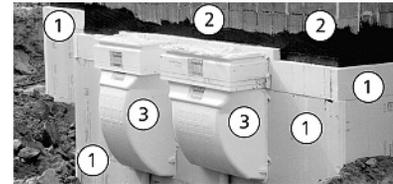


Bild 1.6: Beispiel für eine Wärmedämmung: Perimeterdämmung ① aus extrudiertem Polystyrol (XPS) an einer betonierten Kellerwand mit darüber liegender unge-dämmter Ziegelwand ② sowie Aussparungen im Bereich der Lichtschächte ③. Oberhalb der Wärmedämmung ist eine Feuchte-sperre in Form einer Bitumendickbeschichtung (schwarz) erkennbar, die ebenfalls keine „Isolierung“ darstellt.



Bild 1.7: Gedämmte Rohrleitungen.



Im Unterschied zum Winkelmaß $^{\circ}$ (Grad) wird die Dimension $^{\circ}\text{C}$ mit einem Leerzeichen an die Maßzahl gesetzt, also 45° , aber 45°C . Die Einheit $^{\circ}$ ist für Celsius-Temperaturen ebenso unzutreffend wie C.

► Beispiel: ◀

Zwischen der Temperatur im Wohnzimmer von Frieda Frostig von 25°C und der Außenlufttemperatur von -5°C besteht eine Differenz von $\Delta \vartheta = \vartheta_{\text{innen}} - \vartheta_{\text{außen}} = 25^{\circ}\text{C} - (-5^{\circ}\text{C}) = 30 \text{ K}$ (30 Kelvin).



Die Angabe $^{\circ}\text{K}$ für eine Temperaturdifferenz ist falsch, richtig ist K.



Das große griechische Δ wird sowohl als Vorsatz für Differenzen als auch für den Laplace-Operator verwendet.

► **Beispiel:** ◀

Bei einer im siedenden Wasser gekochten Kartoffel weist zunächst jeder Volumenpunkt eine einheitliche Temperatur von 100 °C auf. Auf einem Teller kühlt sie vom Rand her ab. An der Außenseite herrschen niedrigere Temperaturen als im Zentrum. Jeder Punkt hat eine eigene Temperatur, die sich mit der Zeit ändert. Es liegt ein instationäres dreidimensionales Temperaturfeld $\vartheta(x,y,z,t)$ vor.



Bild 1.8: Tauwasser und mehrdimensionales Temperaturfeld an einer Verglasung.

Da ein Wärmestrom gemäß dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik selbstständig stets in einem Temperaturgefälle (von warm nach kalt) fließt, gibt der Temperaturgradient die **negative** Richtung des Wärmestroms an.

Bei eindimensionaler Geometrie lautet der Temperaturgradient $d\vartheta/dx$. Die hier gewählte allgemeinere Schreibweise $\partial\vartheta/\partial x$ gewährleistet die leichtere Übertragbarkeit der Ergebnisse auf den mehrdimensionalen Fall.

Tabelle 1.1: Analogie zwischen dem Transport von Wärme und Wasser.

Wärme ...	Wasser ...
... benötigt zum Fließen fließt ...
ein Temperaturgefälle.	ein natürliches Gefälle.
von warm nach kalt.	vom Berg ins Tal.
... kann nur durch Arbeit transportiert werden.

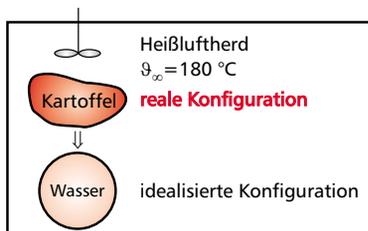


Bild 1.9: Modellierung einer Kartoffel als Kugel mit den Eigenschaften von Wasser.

- eindimensionales Temperaturfeld $\vartheta = \vartheta(x)$
- zweidimensionales Temperaturfeld $\vartheta = \vartheta(x,y)$
- dreidimensionales Temperaturfeld $\vartheta = \vartheta(x,y,z)$

Hängt die Temperatur nur vom Ort und nicht von der Zeit ab, spricht man von einem **stationären** Temperaturfeld, anderenfalls von einem **instationären** (zeitabhängigen) Temperaturfeld:

- stationäres Temperaturfeld $\vartheta = \vartheta(\vec{x})$
- instationäres Temperaturfeld $\vartheta = \vartheta(\vec{x},t)$

Im Allgemeinen sind Temperaturfelder zeit- und ortsabhängig. Allerdings werden in der Praxis vielfach stationäre Zustände betrachtet, insbesondere wenn Gleichgewichtszustände interessieren (z. B. stationäre Betriebstemperatur in einem Verbrennungsmotor).

Der **Temperaturgradient** ist ein Vektor, der die Richtung des größten Temperaturanstiegs in einem Temperaturfeld angibt. Er berechnet sich aus den partiellen Ableitungen des Temperaturfeldes nach den Ortskoordinaten, z. B. gilt in kartesischen Koordinaten:

$$\text{grad } \vartheta = \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial x}, \frac{\partial \vartheta}{\partial y}, \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \right)^T \tag{1.8}$$

Üblich ist auch die **koordinatenunabhängige** Schreibweise mit dem Nabla-Operator:

$$\text{grad } \vartheta = \nabla \vartheta \tag{1.9}$$

1.4 Wärmetransportmechanismen

Um eine bessere Vorstellung des in der Regel nicht sichtbaren Wärmeflusses zu erhalten, verwendet man in der Praxis **Analogien** (vgl. Tabellen 1.1 und 1.2), die auf bekannte bzw. einfachere Vorgänge zurückgreifen. Eine bekannte Modellvorstellung ist der Vergleich zwischen Wärme- und Wasserstrom (Tabelle 1.1). Wärmeübertragungsvorgänge spielen in vielen alltäglichen, aber auch in zahlreichen technischen Prozessen eine überaus wichtige Rolle. Das qualitative Verständnis der zugrunde liegenden Mechanismen und die Fähigkeit, auch quantitative Aussagen in Form ingenieurmäßiger Berechnungen vornehmen zu können, sind wichtige Voraussetzungen zur Dimensionierung und Optimierung technischer Systeme.

Zur Analyse von Wärmetransportvorgängen werden in der Praxis Modelle eingesetzt, die ja nach Genauigkeitsanforderungen und vertretbarem Aufwand ein mehr oder weniger genaues Abbild des komplexen realen Systems darstellen. Teilweise sind entsprechende Modelle bereits verfügbar (z. B. in der Literatur), teilweise müssen sie im Rahmen von Forschungs- und Entwicklungsarbeiten erst an den jeweiligen technischen Systemen erstellt werden. Um die Komplexität der Modelle sinnvoll zu begrenzen, werden geeignete Vereinfachungen und Vernachlässigungen durchgeführt (z. B. wie in Bild 1.9), wozu vertiefte Kenntnisse der Grundlagen der Wärmeübertragung notwendig sind.

Die mathematische Behandlung physikalischer Probleme führt auf Ausdrücke, die Unterschiede der maßgeblichen Variablen zueinander beinhalten (z. B. $\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} \approx \frac{\Delta \vartheta}{\Delta x^2}$, $\frac{\partial \vartheta}{\partial t} \approx \frac{\Delta \vartheta}{\Delta t}$). Je kleiner die Inkremente (z. B. Δx , Δt) gewählt werden, desto genauer ist die jeweilige Beschreibung.

Im Grenzfall infinitesimaler und differenzieller Änderungen erhält man Differenzialgleichungen, die eine exakte Formulierung der zugrunde liegenden physikalischen Gesetzmäßigkeiten darstellen, wobei die jeweiligen Änderungsraten als Differenziale erscheinen. Daher werden zahlreiche Probleme im Ingenieurbereich durch **Differenzialgleichungen** beschrieben, zu deren Lösung die Mathematik die Grundlagen und Hilfsmittel (z. B. Trennung der Variablen, e -Funktionsansatz, Substitution, Potenzreihenansatz, Finite Differenzen, Finite Elemente etc.) bereitstellt. Jedoch sind zahlreiche praktische Probleme der Wärmeübertragung auch ohne Differenzialgleichungen lösbar.

1.4.1 Arten des Wärmetransports

Generell ist zwischen **stoffgebundenem** (Leitung und Konvektion) und **nichtstoffgebundenem** Wärmetransport (Strahlung) zu unterscheiden, so dass drei Transportmechanismen auftreten können:

- ▶ **Wärmeleitung** (in Festkörpern, untergeordnet in Flüssigkeiten und Gasen; z. B. Wärmetransport durch die Wandung eines Heizkörpers oder eine Zylinderbochse in einem Verbrennungsmotor, winterliche Wärmeverluste durch eine Gebäudeaußenwand, s. a. Bild 1.10)
- ▶ **Konvektion** (Wärmemitführung durch Strömung, in Flüssigkeiten und Gasen; z. B. Wärmetransport durch Warmwasser vom Heizkessel zu den Heizkörpern, Umwälzung der Raumluft durch thermischen Auftrieb, Kühlwasser im Kühler eines Autos, s. a. Bild 1.12)
- ▶ **Wärmestrahlung** (zwischen zwei Körpern; z. B. Infrarotstrahler in einem Festzelt, Sonne, Glühlampe, Kachelofen, s. a. Bild 1.13)

Da sich die drei Wärmetransportmechanismen überlagern, ist die exakte Behandlung schwierig, und es sind in der Praxis meist Vereinfachungen notwendig (Modellbildung).

Die **Transportgesetze** der einzelnen Wärmeübertragungsarten lassen sich universell als Verknüpfung zwischen Wirkung (Strom bzw. Fluss) und Ursache (treibendes Gefälle) formulieren:

$$\text{Strom der Transportgröße} = \text{Transportkoeffizient} \times \text{Gefälle} \quad (1.10)$$

1.4.2 Wärmeleitung

Wärmeleitung stellt einen Energietransport infolge atomarer und molekularer Wechselwirkung unter dem Einfluss ungleichförmiger Temperaturverteilung dar. Sie ist vor allem in Festkörpern von Bedeutung (Bild 1.10), tritt aber auch in Flüssigkeiten und Gasen auf.

Der empirische **Fourier'sche Wärmeleitungsansatz** (1.11) (*J.B. Biot*, 1804, 1816; *J.B.J. Fourier*, 1822) verknüpft den **Wärmestrom** \vec{Q} (\vec{x}) in W bzw. die **Wärmestromdichte** \vec{q} (\vec{x}) (flächenbezogener Wärmestrom)



Wärmetransportvorgänge werden prinzipiell in **3 Schritten** analysiert:

1. Identifikation aller für den jeweiligen Vorgang maßgeblichen Variablen (z. B. instationäres dreidimensionales Temperaturfeld $\vartheta = \vartheta(x, y, z, t)$), Festlegung zutreffender Annahmen und Näherungen (z. B. Symmetrie in y und z), Anwendung relevanter physikalischer Gesetze und Prinzipien (z. B. Energiebilanz) zur mathematischen Problemformulierung.
2. Lösung des Problems mithilfe geeigneter mathematischer Methoden (z. B. analytische oder numerische Lösung einer Differenzialgleichung). Als Lösung bezeichnet man
 - (a) eine Funktion $\vartheta(x, y, z, t)$, mit der die Berechnung der Temperatur in jedem Punkt (x, y, z) eines Körpers und zu jeder Zeit möglich ist (analytische Lösung).
 - (b) eine endliche Anzahl von Temperaturwerten, die bestimmten Punkten des Körpervolumens zugeordnet sind und entweder gemessen oder mit Computerprogrammen errechnet wurden (numerische Lösung).
3. physikalische Interpretation und Prüfung der Ergebnisse auf Plausibilität (z. B. Entfall nicht plausibler Lösungen bei quadratischen Gleichungen)

Tabelle 1.2: Analogie zwischen Wärmetransport und dem Transport von Wasser beim Löschen eines Feuers.

Wärmetransport	Wassertransport
Wärmeleitung	Eimerkette
Konvektion	mit Eimer laufende Person
Wärmestrahlung	Feuerwehrschauch



Herdplatte → Topf → Hand

Bild 1.10: Wärmetransport durch Leitung.

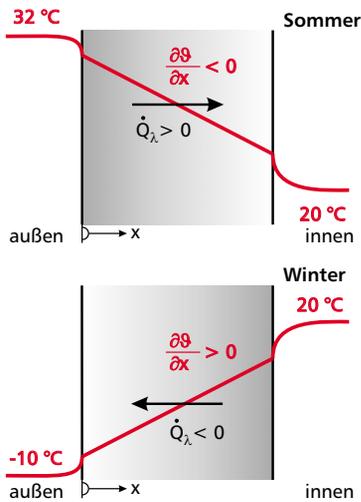


Bild 1.11: Wärmeleitung in einer Außenwand mit beidseitigem Wärmeübergang (oben: im Sommer; unten: im Winter).

Das **negative Vorzeichen** in den Gln. (1.11) und (1.12) bedeutet, dass ein **positiver Wärmestrom** (in Richtung der positiven x-Achse, vgl. Bild 1.11) stets in Richtung **abnehmender Temperatur** (d.h. in Richtung eines negativen Temperaturgradienten von warm nach kalt) fließt. Im eindimensionalen Fall entspricht der Temperaturgradient $\partial\vartheta/\partial x = d\vartheta/dx$ der Steigung der Temperaturkurve (Tangente) in einem bestimmten Punkt.

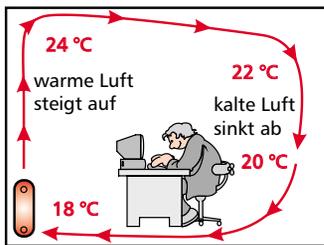


Bild 1.12: Wärmetransport in einem Raum durch freie Konvektion.

Analog zum **Wärmeübergang** gemäß Gl. (1.13) gilt beim **Stoffübergang** mit dem Stoffübergangskoeffizienten β (in m/s) für den Massenstrom \dot{m} bzw. die Massenströmdichte \dot{m}^* als Funktion der Partialdichtedifferenz ($\varrho_w - \varrho_\infty$):

$$\dot{m} = \beta \cdot A \cdot (\varrho_w - \varrho_\infty) \quad \text{bzw.} \quad (1.14)$$

$$\dot{m}^* = \beta \cdot (\varrho_w - \varrho_\infty) \quad (1.15)$$

in W/m^2 infolge Wärmeleitung mit dem zum Temperaturunterschied proportionalen Temperaturgradienten $\text{grad } \vartheta$ in K/m und der durchströmten Fläche $A(\vec{x})$ in m^2 , wobei die jeweiligen Größen im allgemeinen Fall ortsabhängig sein können:

$$\vec{Q}_\lambda(\vec{x}) = -\lambda(\vec{x}) \cdot A(\vec{x}) \cdot \text{grad } \vartheta \quad \text{bzw.} \quad \vec{q}_\lambda(\vec{x}) = -\lambda(\vec{x}) \cdot \text{grad } \vartheta \quad (1.11)$$

Im **eindimensionalen Fall** (Ortskoordinate x) vereinfacht sich Gl. (1.11):

$$\dot{Q}_\lambda(x) = -\lambda(x) \cdot A(x) \cdot \frac{\partial\vartheta}{\partial x} \quad \text{bzw.} \quad \dot{q}_\lambda(x) = -\lambda(x) \cdot \frac{\partial\vartheta}{\partial x} \quad (1.12)$$

Weitere Vereinfachungen von Gl. (1.12) sind bei konstanter Wärmeleitfähigkeit λ bzw. konstanter Fläche A möglich.

Die **Wärmeleitfähigkeit** λ in $\text{W}/(\text{m K})$ ist eine Proportionalitätskonstante, die den maßgeblichen Transportkoeffizienten der stationären Wärmeleitung darstellt. λ ist als Stoffeigenschaft im Allgemeinen temperaturabhängig, allerdings ist dies in der Praxis aufgrund begrenzter Temperaturunterschiede häufig vernachlässigbar. In isotropen Stoffen ist λ zudem richtungsunabhängig. Holz besitzt als anisotroper Stoff quer zur Faser eine andere Wärmeleitfähigkeit als längs zur Faser.

1.4.3 Konvektion

Konvektion (Wärmemitführung) bezeichnet einen massegebundenen Energietransport in einem strömenden Fluid (Flüssigkeit, Gas) durch makroskopische Teilchenbewegung, der stets auch von Wärmeleitung (meist untergeordnet) begleitet wird. Je nach Antriebskraft ist zwischen **freier Konvektion** (natürlicher Konvektion) und **erzwungener Konvektion** (Zwangskonvektion) zu unterscheiden. Bei **Mischkonvektion** überlagern sich beide Konvektionsformen.

Der Wärmefluss zwischen einem Festkörper und einem bewegten Fluid wird als **konvektiver Wärmeübergang** bezeichnet. Bei einem Wärmetransport zwischen zwei durch einen Festkörper getrennten Fluiden (z. B. Wasser und Luft in einem Kühler) liegt ein **Wärmedurchgang** (Wärmetransmission, vgl. Bild 1.11) vor.

Bei der freien Konvektion (Bild 1.12) sind Strömungs- und Temperaturfeld über den thermischen Auftrieb gekoppelt, was die numerische Berechnung erschwert. Bei der erzwungenen Konvektion sind beide Felder voneinander entkoppelt, da der Antrieb durch einen äußeren Druckgradienten erfolgt.

Gemäß dem **Newton'schen Abkühlungsgesetz** (1.13) (I. Newton, 1701) ist der konvektiv übertragene Wärmestrom proportional zur wärmeübertragenden Fläche A und zum Temperaturunterschied zwischen Wand und Fluid ($\vartheta_w - \vartheta_\infty$):

$$\dot{Q}_\alpha = \alpha_K \cdot A \cdot (\vartheta_w - \vartheta_\infty) \quad \text{bzw.} \quad \dot{q}_\alpha = \alpha_K \cdot (\vartheta_w - \vartheta_\infty) \quad (1.13)$$

Die Wärmestromrichtung ergibt sich aus dem Vorzeichen der wirksamen Temperaturdifferenz, wobei auch hier der 2. Hauptsatz der Thermodynamik (Wärmefluss von warm nach kalt) zu beachten ist.

Index

A

Abkühlungsgesetz
 Newton, 20, 27, 67, 82, 90, 110, 120, 129, 132, 201, 266, 282

Ableitung, *siehe* Differenzial

Absorption
 solare, 94, 248, 280, 287
 Beispiel, 313

Abtriebsströmung, 192, 193

Adiabasie, 24

Advektion, 58, 60

Ähnlichkeitstheorie, 21, 186

Ähnlichkeitsvariable, 144

Analogie
 elektrische, 25, 124, 250, 271
 Beispiel, 29, 106, 116, 117, 250, 286–291, 294, 297, 302, 304–308, 310–313
 Wärme–Wasser, 18

Anfangsbedingung, 24, 69, 85, 160
 dimensionslose, 140, 147, 167, 172
 normierte, *siehe* dimensionslose

anisotrop, 20

Anströmlänge, 194

Anzahl der Übertragungseinheiten, 218

äquidistant, 105

Arena
 Beispiel, 309

Außenwand
 inhomogene
 Beispiel, 310, 311, 313

Auftriebsströmung, 192

Ausdehnungskoeffizient
 isobarer, 54, 186, 192

Austrittstemperatur, 203, 218, 227

Azimutwinkel, 241

B

Bügeleisen
 Beispiel, 302

Badewanne
 Beispiel, 61

Balkonplatte
 Beispiel, 94

Bauteile
 mehrschichtige, 99

Behälter mit Verbindungsstab
 Beispiel, 135

Bernoulli-Gleichung, 52

Bessel'sche Differenzialgleichung
 modifizierte, 122

Bessel-Funktion, 148, 319
 Ableitung, 168
 modifizierte, 122, 319

Bierkrug

Beispiel, 300

Bilanzgröße, 50

Biot-Zahl, 21, 138, 141, 144, 152, 154, 156, 186
 inverse, 149

Brauchwassererwärmung
 Beispiel, 236, 237

Brennelement
 Beispiel, 95, 108

Brotbackautomat
 Beispiel, 303

C

CPU
 Beispiel, 117, 128, 288, 312

D

Dämmradius
 kritischer, 115

Dämmstärke
 kritische, 114

Deckenheizung
 Beispiel, 283

Delta-Operator, 23

diatherm, 16

Differenzial
 gewöhnliches, 51
 partielles, 51
 substanzielles, 50

Differenzialgleichung
 1. Ordnung, 68, 72, 159, 226, 229
 2. Ordnung, 78, 79, 87, 89, 90, 107, 108, 117, 126, 132
 charakteristische Gleichung, 126, 227

Exponentialfunktionsansatz, 68, 87, 91, 126, 132, 159, 227

harmonische, 132

homogene, 68, 85, 90, 107, 117, 132, 160, 227

Homogenisierung, 70, 74, 90, 128, 226

inhomogene, 68, 72, 78, 79, 85, 90, 108, 126, 159, 226

modifizierte harmonische, 132

nichtlineare, 301, 314

Normierung, 82, 83, 125, 139, 158, 167

partikuläre Lösung, 69, 73, 85, 160

Störterm, 68, 69, 73, 85, 160

Superposition der Lösungen, 69

Trennung der Variablen, 68, 69, 73, 159, 160

Differenzialgleichungssystem, 82, 96, 97, 314

Differenztemperatur, 85, 229

Summentemperatur, 87

Diffusionslänge, 145, 164

Dimensionsanalyse, 41, 68, 84

Diskretisierung, 104

Dissipation, 51
 Beispiel, 117, 128, 288

Divergenz, 37, 49
 Beispiel, 47

Doppelrohr-Wärmeübertrager
 Beispiel, 232, 234

Druckverlust, 52

Durchlauferhitzer
 Beispiel, 44

Durchmesser
 hydraulischer, 191, 207

E

Effizienz
 thermische, 192, 282

Einfachverglasung
 Beispiel, 29, 45

Einlauf, 188
 hydrodynamischer, 189, 204
 thermischer, 189, 204

Einzelnadel, 129

Eis
 Beispiel, 47, 48, 286, 291

Eisblumen
 Beispiel, 30

Eishockey-Stadion
 Beispiel, 285

Emission, 21, 239, 241

Energie
 Gesamt-, 51
 innere, 57, 59
 kinetische, 51
 mechanische, 51
 potenzielle, 51

Energiebilanz
 differenzielle, 49, 54, 57
 Beispiel, 58, 77, 94, 95, 98, 131, 226, 227, 299, 306, 314
 gekoppelte Systeme
 Beispiel, 81, 88, 96, 97, 227
 geschlossenes System, 54
 Beispiel, 67, 75, 94, 201, 266
 globale, 54, 57
 Beispiel, 75, 92, 201, 204, 218, 220, 286, 287, 290, 291, 293, 298–302, 308, 311
 innere Wärmequellen
 Beispiel, 75, 88, 95, 303

instationäre, 51
 Beispiel, 67, 71, 94, 95, 98, 286, 290, 291, 293, 298, 300–302, 308, 311

integrale, 54

Kontrollvolumen, 22

Kreisringelement, 98
 Kugelschale, 98
 offenes System, 51
 Beispiel, 71, 94, 227
 Rippe, 121, 136
 Rohrleitung, 112
 Skizze, 67, 71, 82
 stationäre, 54
 Beispiel, 75, 88, 90, 95, 201, 266,
 268, 287, 293, 299, 303, 306,
 313, 314
 Teilsysteme, 82
 Volumenelement, 57
 Vorgehensweise beim Aufstellen,
 58
 Wortform, 57
 Energieeinsparverordnung
 Beispiel, 312, 315
 Energiestrom
 diffusiver, 60
 massegebundener, 51
 Entdimensionierung, 82, 83, 158,
 167, 169, 172, 186
 Entengrill
 Beispiel, 299
 Enthalpie, 53, 59
 Enthalpiestrom, 53, 58–60
 Erhaltungsgröße, 19
 error function, *siehe* Fehlerfunktion
 Erwärmung eines Metallstabs
 Beispiel, 137
 erweiterter ideal gerührter Behälter,
 141, 151
 Beispiel, 165
 Temperaturverteilung, 154
 Euler-Cauchy-Verfahren, 314
 Exponentialfunktion, 170
 Extremwertsuche, 92, 115, 306

F

Falschfarben, 105
 Fehlerfunktion, 145, 174, 318
 komplementäre, 145, 162, 174, 318
 Feld
 skalares, 17
 Fernwärmeleitungen
 Beispiel, 118
 Finite Differenzen, 104, 141
 Finite Elemente, 104, 141
 Fischteich
 Beispiel, 94, 294
 Fluid
 dichtebeständiges, 50
 inkompressibles, 50
 Temperaturverlauf, 191, 217, 226,
 299, 306
 Fluidtemperierung
 Beispiel, 97
 Fluxkondensator
 Beispiel, 303, 308
 Folienheizung
 Beispiel, 291
 Formfaktor, 102

Wärmeleitung
 Beispiel, 111, 118
 dimensionsloser, 103
 Fouling, 223
 Fourier'scher Wärmeleitungsansatz,
 19, 34, 77, 88, 90, 92, 110,
 120, 131, 157, 168
 Fourier-Reihe, 141, 148, 167
 Randbedingung
 dritter Art, 148
 erster Art, 148
 Fourier-Zahl, 138, 141, 144, 154, 155,
 164, 169, 170, 172, 173, 175,
 186
 Freie Konvektion, 192
 ebene Platte
 geneigte, 193
 horizontale, 194
 vertikale, 193
 Fluidschicht
 geneigte, 196
 geschlossene, 195
 horizontale, 195
 offene, 197
 vertikale, 196, 210
 Kanal
 geneigter, 198
 senkrechter, 197
 Kugel, 194
 parallele vertikale Platten, 199
 Platte
 horizontale, 209
 vertikale, 208
 Zylinder
 horizontaler, 194, 212
 vertikaler, 193
 Frequenz, 238
 Fußbodenheizung
 Beispiel, 277, 284

G

Gartenmauer
 Beispiel, 287
 Gas
 ideales, 54, 55, 59
 Gauß'sche Fehlerfunktion, *siehe* Fehlerfunktion
 Gauß'scher Algorithmus, 279
 Gebäudeaußenwand
 Beispiel, 117, 118, 306, 310, 311,
 313
 Geothermal-Wärmeübertrager
 Beispiel, 232
 Gesamtwärmeübergangskoeffizient,
 22, 254
 Geschwindigkeitsenergie, 51
 Geschwindigkeitsfeld
 stationäres, 47
 Getränke Kühlung
 Beispiel, 215, 298, 308
 Glühlampe
 Beispiel, 301
 Glühweinabkühlung

 Beispiel, 293, 302
 Glasscheibe vor Kaminfeuer
 Beispiel, 214
 Gleichgewicht
 thermisches, 17
 Gleichungssystem
 lineares, 272, 279
 nichtlineares, 269
 Graetz-Zahl, 21, 186
 Grashof-Zahl, 21, 186
 Grenzschicht, 188, 192, 193, 200
 laminare, 187
 turbulente, 187

H

Hagen-Poiseuille'sches Gesetz, 80
 halbbunendlicher Körper, 141, 144
 beidseitig, 146, 171, 174, 178, 179
 Beispiel, 161, 164, 170, 171,
 178–180
 Koordinatenrichtung, 144, 164
 Oberflächentemperatur, 162, 164
 Orts-Zeit-Koordinate, 144
 Randbedingung
 dritter Art, 145
 erster Art, 145
 zweiter Art, 145, 161
 Temperaturverlauf
 dimensionsloser, 145
 Halbwertszeit, 143
 Hallenheizung
 Beispiel, 284, 304
 Hauptsatz
 erster, 50, 53
 nullter, 16, 17
 zweiter, 16, 18, 20
 Hebel
 Beispiel, 131
 Heckscheibenheizung
 Beispiel, 291
 Heizrohr
 Beispiel, 314
 Heizstrahler
 Beispiel, 284
 Heizungsleitung
 Beispiel, 112, 315
 Helligkeit, 242
 Helligkeitsverfahren
 Beispiel, 271, 276, 283–285, 299,
 303, 307, 309
 Himmelsabstrahlung
 Beispiel, 266, 286
 Hitzdrahtanemometer
 Beispiel, 201
 Hochleistungschip
 Beispiel, 312
 hydraulischer Durchmesser, 191, 207
 Hyperbelfunktionen, 91, 126, 128
 Additionstheorem, 127

I

ideal gerührter Behälter, 49, 67, 141,
 143

- Beispiel, 67, 97, 181, 184, 215, 290–293, 296, 300, 302, 308, 316
 Biot-Zahl, 144
 charakteristische Länge, 143
 Fourier-Zahl, 144
 Temperaturverlauf, 143
 Wärmedurchgang, 143
 Iglu
 Beispiel, 289
 Industrieofen
 Beispiel, 270
 Infrarot-Strahlung, 21, 239
 inkompressibel, 52, 59
 Integralsatz
 Gauß-Green, 44
 Isentropenexponent, 52
 Isolation, 17
 Isolierverglasung
 Beispiel, 46, 210, 287
 Isothermen, 102, 105
 isotrop, 20
 Iteration
 Beispiel, 202, 301
J
 Jacobi-Matrix, 269
K
 k-Wert, 27
 Beispiel, 113, 114, 117, 206, 226, 233, 235, 293, 300, 302, 304, 305, 311–313
 k-Wert-Hyperbel, 114
 Körperfarbe, 240
 Kühlgutcontainer
 Beispiel, 297
 Kühlkörper, 28
 Beispiel, 128, 136
 Kühlregister
 Beispiel, 95
 Kühlschränk
 Beispiel, 305
 Kühlstern
 Beispiel, 137
 Kalksandsteine
 Beispiel, 184
 kalorische Mitteltemperatur, 93, 110, 150, 151, 166, 176
 Kaminrohr
 Beispiel, 215
 Kanalströmung, 188
 kartesische Koordinaten, 23
 Keferloher
 Beispiel, 300
 Kelvin, 17
 Kennzahlen
 dimensionslose, 21, 138, 186
 Kirchhoff'sches Strahlungsgesetz, 248
 Kleben von Stahlteilen
 Beispiel, 96
 Knödelzubereitung
 Beispiel, 292
 Kompressibilität
 isotherme, 54
 Konserven
 Beispiel, 183
 Kontaktwiderstand
 thermischer, 25, 28, 136
 Kontinuitätsgleichung, 49
 Kontrollvolumen
 infinitesimales, 22
 Konvektion, 19, 20
 Arten, 185
 erzwungene, 20, 185
 Beispiel, 204–206, 213–215, 293, 294, 300, 308
 Wärmeübergangskoeffizient, 21
 freie, 20, 185, 192
 Beispiel, 47, 208, 209, 213–215, 293, 294, 300
 Geschwindigkeitsfeld, 47
 Grenzschichtdicke, 47
 Wärmeübergangskoeffizient, 21
 Grenzschicht, 185
 Koppelbedingung, 25, 92, 133
 Kräftebilanz, 79
 Kreiszyylinder
 quer angeströmter, 202, 206, 212
 Kreuzprodukt, 42
 Krokettzubereitung
 Beispiel, 296
 Kugel
 innere Wärmequellen, 102
 umströmte, 188
 kugelförmiger Tank
 Beispiel, 184, 304, 305
 Kugelkoordinaten, 23
 Kugellager
 Beispiel, 181, 182
 Kugelschale
 innere Wärmequellen, 102
 mehrschichtige, 100, 305
 Péclet-Gleichung, 100, 119
 Temperaturprofil, 100, 110
 Wärmedurchgangskoeffizient, 101
 Wärmeleitwiderstand, 100
 Kugelspeicher
 thermischer
 Beispiel, 300
L
 Längswärmeleitung, 60, 226
 Lüftungskanal
 Beispiel, 214
 Lageenergie, 51
 Laminarströmung
 hydrodynamischer Einlauf, 190
 thermischer Einlauf, 189
 vollständig ausgebildete, 189
 Laplace'sche Differentialgleichung, 23, 102, 106, 158
 Laplace-Operator, 23, 37
 Lastkraftwagen
 Beispiel, 214, 293, 297, 300
 Leistung
 technische, 51, 54, 58
 Leitung, *siehe* Wärmeleitung
 Leitwert
 elektrischer, 25
 thermischer, 25, 26, 28
 Licht
 sichtbares, 21, 239
 Luftwechsel, 55
M
 Mach-Zahl, 52
 Massenbilanz
 differenzielle, 49
 globale, 50
 Massenstrom, 60
 Milchkühler
 Beispiel, 224
 Mindestwärmeschutz
 Beispiel, 310
 Mischkonvektion, 20, 199, 213
 entgegengerichtete, 199
 gleichgerichtete, 199
 Mitteltemperatur
 kalorische, 93, 110, 150, 151, 166, 176
 Modellbildung, 18, 104
N
 Näherungslösung für große Zeiten, 141
 übertragene Wärme, 150
 kalorische Mitteltemperatur, 150
 Randbedingung
 dritter Art, 149
 erster Art, 149
 Wandtemperatur, 150, 178
 Zentrumstemperatur, 150, 167, 178
 Nabla-Operator, 18, 23, 49, 166
 Nadel, 120
 Übertemperatur, 124
 konische, 124
 konkave parabolische, 124
 konvexe parabolische, 124
 zylindrische, 122, 124
 Beispiel, 128, 136
 Netto-Strahlungswärmestrom, 21
 Newton'scher Schubspannungsansatz, 79
 Newton'sches Abkühlungsgesetz, 20, 27, 67, 82, 90, 110, 120, 129, 132, 201, 266, 282
 Newton-Verfahren
 Algorithmus, 38, 267
 Beispiel, 38, 47, 129, 148, 162, 177, 267, 269, 288, 293, 297, 301, 311, 312
 Konvergenzkriterium, 38
 mehrdimensionales, 269
 NTU, 218
 Nußelt-Zahl, 21, 186

- Nullstellensuche
 Beispiel, 37, 38, 47, 129, 148, 162, 177, 267, 269, 288, 293, 297, 301, 311, 312
- Nutzwärme, 282
- O**
- Oberflächenhärten
 Beispiel, 161, 163
- Oberflächentemperatur, 101
 Beispiel, 30, 46, 116–119
- Ohm'sches Gesetz, 25, 250
- Ölkühler
 Beispiel, 203
- opak, 245
- Orange
 Beispiel, 181
- Ortskoordinate
 dimensionslose, 138
- P**
- Péclet-Gleichung, 99
 universelle, 119
- Péclet-Zahl, 21, 186
- Passivhauswand
 Beispiel, 313
- Pasteurisierung von Apfelsaft
 Beispiel, 235
- PC-Board
 Beispiel, 106
- Pfannengriff
 Beispiel, 136
- Phasenübergang
 Wärmeübergangskoeffizient, 21
- Planck'sches Strahlungsgesetz, 239
- Platine
 Beispiel, 106
- Platte
 Grenzschicht, 187
 innere Wärmequellen, 101
 längs angeströmte, 187
 mehrschichtige, 99
 Péclet-Gleichung, 99, 119
 Temperaturprofil, 99, 119
- Plattenheizkörper
 Beispiel, 207
- Poisson'sche Differenzialgleichung, 23, 158
- Potenzialgleichung, 23
- Prandtl-Zahl, 21, 186
- Produktansatz, 155, 169, 171
 Biot-Zahl, 156, 169, 173
 Fourier-Zahl, 155, 172, 173
 halbbunendlicher Körper, 170
- Profil
 quer angeströmte, 188
- Prozessgröße, 16
- Prozessor
 Beispiel, 117, 128, 288, 312
- Pulverbeschichten
 Beispiel, 273
- Q**
- Quellterm, 58
- Querschnitt
 nichtkreisförmiger, 191
- R**
- Rückwärmzahl, 237
- Rührkessel
 Beispiel, 97, 290
- Randbedingung, 24, 78, 79, 89, 98, 108, 109, 127, 133, 135, 148, 164, 230
- Adiabasie, 24, 140
- dimensionslose, 167, 173
- Dirichlet'sche, 24
- dritter Art, 24
 Beispiel, 34
 dimensionslose, 140
- erster Art, 24
 Beispiel, 33
 dimensionslose, 140
 Grenzwert, 24
- Neumann'sche, 24
- Newton'sche, 24
- normierte, *siehe* dimensionslose
- Robin'sche, 24
- Stefan'sche, 25
- vierter Art, 25
- zweiter Art, 24
 Beispiel, 33
 dimensionslose, 140
- Raumklimatisierung
 Beispiel, 95
- Raumlufttemperatur
 Beispiel, 31
- Raumwinkel, 241
- Rayleigh-Zahl, 21, 186
- Rechengitter, 104
- Regenerator, 217
- Regentonne
 Beispiel, 63
- Reibungsleistung
 innere, 52
- Reifbildung
 Beispiel, 266
- Rekuperator, 217
- Reynolds-Zahl, 21, 186
 kritische, 187, 188
- Rippe, 120
 Übertemperatur, 120–123, 126–128, 131, 134, 135
 Beispiel, 90, 94, 289, 304, 307, 308
- Differenzialgleichung, 125
 normierte, 125
- Dreiecks-, 123
- konkave parabolische, 123
- konvexe parabolische, 123
- Kreisring-, 122, 123
- Leistungsziffer, 121
 Beispiel, 130
- Modellannahmen, 120
- optimale, 124
- Rechteck-, 121
 Beispiel, 137
- kurze, 122, 123
- Temperaturverlauf, 122
- unendlich lange, 122, 123
- Trapez-, 123
- universelle Differenzialgleichung, 121
- Widerstand
 Beispiel, 304
- thermischer, 124
- Wirkungsgrad, 120
 Beispiel, 130, 307, 308
- Rippenparameter, 90, 120, 122
- Rippenrohr
 Beispiel, 136, 304
- Rohr
 beheiztes
 Beispiel, 306
- Rohrleitung
 Beispiel, 215, 290
- Temperaturabfall, 113
- Wärmedämmung, 112, 312, 315
- Wärmedurchgangskoeffizient, 206
 Beispiel, 226
- Wärmeverlust, 113
- Rohrreibung, 52
- Rohrströmung, 188
- Übergangsbereich, 191
 Beispiel, 290, 299, 306
- Geschwindigkeitsprofil, 79
- Längenkorrektur, 190
- laminare, 79, 189, 203
- Temperaturkorrektur, 190, 206
- turbulente, 190, 205, 225
- Rotation, 42
- S**
- Sandwichbauteil
 Beispiel, 117, 293
- Schallgeschwindigkeit, 52
- Schalbild
 thermisches
 Beispiel, 46, 75, 106, 117, 118, 266, 271, 273, 277
- Scheibenabstand, 211
- Scheibenbremse
 Beispiel, 311
- Scheibenzwischenraum, 46, 210
- Schichttemperatur, 101
- Schlafsack
 Beispiel, 288
- Schmelzwärme
 Beispiel, 47, 48
- Schneckenwelle
 Beispiel, 163
- Schock-Härtung
 Beispiel, 161
- SMD-Bauteile
 Beispiel, 106
- Solarabsorber
 Beispiel, 280

- Solarkollektor
Beispiel, 297
- Solarkonstante, 249
- Sonne, 248
- Spaltweite
charakteristische, 195, 210
- Spannungskoeffizient
isochorer, 54
- Stahldraht
thermische Behandlung
Beispiel, 314
- Stahlplatten
Beispiel, 176
- Stefan-Boltzmann'sches Strahlungsgesetz, 21, 239, 268
- Stefan-Boltzmann-Konstante, 21
- Ströme, 51
Nomenklatur, 16
- Strömung
kompressible, 52
- Strömungsgeschwindigkeit, 202
- Strahlung, *siehe* Wärmestrahlung
Absorption, 21
Emission, 21
Wellenlängenbereiche, 21
- Strahlungsaustauschkoeffizient, 255
- Strahlungsgesetz
Planck, 239
Stefan-Boltzmann, 21, 37, 239, 268
- Strahlungsheizung
Beispiel, 277, 283, 284
- Strahlungskonstante der Anordnung, 21, 37, 46, 252
- Strahlungsleistungsdichte
spektrale, 239
- Streuleistung, 52
- Stromdichte, 51
- Stromfluss
Beispiel, 98, 114
- Stromkabel
Beispiel, 98, 114
- System, 49
adiabates, 17
atmendes, 54, 55, 71
diathermes, 17
geschlossenes, 16, 53
halboffenes, 16
offenes, 16, 55
thermodynamisches, 16
- Systemenergie, 57
- Systemgrenze, 16
- Systemtemperatur, 68, 72
- T**
- Tank
kugelförmiger
Beispiel, 304, 305
zylindrischer
Beispiel, 304
- Tauwasser
Beispiel, 117
- Taylor-Reihe, 58, 77, 89, 90, 131, 226, 228
- Temperatur, 17
absolute, 17
Celsius-, 17
Kelvin-, 17
normierte, 138
- Temperaturänderung
zeitliche, 36, 46
- Temperaturabhängigkeit der Stoffwerte, 187, 190, 191, 204, 206
- Temperaturdifferenz, 17, 25
dimensionslose, 138
- Temperaturfeld, 17
dreidimensionales, 18
eindimensionales, 18
instationäres, 18, 22
Beispiel, 35, 46
mehrdimensionales, 22
Richtungsableitung, 45, 47
stationäres, 18
Beispiel, 39, 47, 107
zweidimensionales, 18
Beispiel, 39, 45, 47
- Temperaturgradient, 18, 20, 24, 110
Beispiel, 36, 41, 45, 46
- Temperaturleitfähigkeit, 22, 138
- Temperaturprofil
lineares, 33
Beispiel, 33
Platte, 24
- Temperatursensor
Beispiel, 97
- Temperaturskala, 17
- Thermoelement
Beispiel, 181
- Thermografie, 21, 240
- Thermometer
Strahlungsschutzschirm, 267
- Thermometerfehler, 267
- Thermosflasche
Beispiel, 291
- Tiefkühlkost
Beispiel, 169
- Trans-Alaska-Pipeline
Beispiel, 205
- Transformator
Beispiel, 289
- Transistor-Kühlkörper
Beispiel, 137
- Transmissionswärmeverlust
Beispiel, 29, 30, 310, 311, 313
- Transportgesetz
universelles, 19
- Transportkoeffizient, 19, 22
- Trockenanlage
Beispiel, 284, 307
- Trockenofen
Beispiel, 119
- U**
- Überströmlänge, 187, 206, 212
- Übertemperatur, 69, 74, 90, 120–128, 131, 132, 134, 135, 160, 226, 227
- Übertragungsfähigkeit, 219
- Umgebung, 16
- Umschlag
laminar-turbulent, 187, 188, 193
- UV-Strahlung, 21, 239
- V**
- Vektorprodukt, 42
- Verdampfung
Beispiel, 48
- Verdampfungswärme, 48
- Verschiebearbeit, 51
- Verschiebeleistung, 51
- Verschiebungsgesetz
Wien, 239
- Viskosität
dynamische, 201, 204
kinematische, 186, 201
- Volumenänderungsarbeit, 51
- Volumenänderungsleistung, 51
- Volumenelement
infinitesimales, 49, 57, 77, 79
- Volumenstrom, 60
- W**
- Wälzkörper
Beispiel, 181, 182
- Wärme, 16
Beispiel, 44
- Wärmeübergang
konvektiver, 20, 24
Strahlung, 25
- Wärmeübergangskoeffizient
Beispiel, 201
dimensionsloser, 21
Größenordnungen, 21
konvektiver, 21
radiativer, 22, 254, 267
Strahlung, 22, 254, 267
thermischer Kontakt, 28
- Wärmeübergangswiderstand
äußerer, 26, 27
Beispiel, 45, 115
innerer, 26, 27
- Wärmeübergangszahl, 21
- Wärmeübertrager, 216
Übertragungsfähigkeit, 219, 225, 232
Ablagerungen, 223, 233
Anzahl der Übertragungseinheiten, 219, 234
Austauschgrad, 222
Austrittstemperatur, 224, 232
Bauform, 217
Betriebscharakteristik, 218, 234
einseitig konstante Fluidtemperatur, 217
Fouling, 223, 233
Gegenstrom-, 220, 236, 237

- Beispiel, 224, 232, 235
 Gleichstrom-, 219, 231, 236
 Hauptgleichung, 219
 Kennzahlen, 218, 234
 Korrekturfaktor, 223
 Kreuzstrom-, 221
 beidseitig quervermischt, 222
 einseitig vermischt, 222
 unvermischt, 221
 mit Phasenübergang, 223
 Beispiel, 235
 Modellannahmen, 219
 Nomenklatur, 216
 Temperaturdifferenz
 dimensionslose mittlere, 218
 logarithmisch gemittelte, 218, 224, 235
 normierte mittlere, 218
 Temperaturverlauf, 217, 227, 231, 236
 Verschmutzungswiderstand, 223
 Wärmeübertragungsfläche, 235
 Wärmedurchgangskoeffizient, 217, 233
 Wärmekapazitätsströme, 219
 Wärmekapazitätsstromverhältnis, 219
 Wärmestrom, 218–221, 224, 232, 236
 Wärmewirkungsgrad, 222, 234
 Wärmedämmung, 17
 Rohr
 Beispiel, 312, 315
 Wärmedämmverbundsystem
 Beispiel, 118, 306
 Wärmedurchgang, 20, 27
 Wärmedurchgangskoeffizient, 27
 Beispiel, 46, 113, 114, 117, 206, 293, 300, 302, 304, 305, 311–313
 Wärmedurchgangswiderstand, 26, 27
 Beispiel, 31, 207, 293, 300, 302, 304, 305, 311–313
 Wärmedurchlasskoeffizient, 26
 Wärmedurchlasswiderstand, 26, 27
 Wärmeflusslinien, 102
 Wärmekapazität
 spezifische
 isobare, 67
 isochore, 59
 mittlere, 59, 219
 Wärmekapazitätsstrom, 218
 Wärmeleitfähigkeit, 20
 Beispiel, 31
 scheinbare, 195, 211
 temperaturabhängige, 119
 Wärmeleitfähigkeitsgruppe, 117, 306, 311, 312
 Wärmeleitpaste, 28
 Wärmeleitung, 19
 Beispiel, 292, 296, 297, 300, 316, 317
 Formfaktor, 102
 Beispiel, 111, 118
 dimensionsloser, 103
 Fourier'sche Differenzialgleichung, 22
 Grundgleichung
 dimensionslose, 139
 instationäre, 138, 184, 292, 296, 297, 300, 316, 317
 übertragene Wärme, 157, 176
 charakteristische Länge, 156, 169, 172, 177
 Eigenwertbestimmung, 148, 177
 eindimensionale, 23
 exakte Lösung, 147, 167, 177
 geringe Temperaturunterschiede, 143
 Isothermen, 177
 Kurzzeithnäherung, 151, 164, 178
 Lösung für sehr kurze Zeiten, 144
 Lösungsfunktionen, 148
 mehrdimensionale, 155, 169, 171
 Modellvergleich, 141, 142, 150, 165
 Näherungslösung für große Zeiten, 149, 167, 169, 173, 178
 Oberflächentemperatur, 169, 173
 symmetrische Grundkörper, 147
 Temperaturgradient, 149, 168
 unendlich langer Zylinder, 164
 Wärmestrom, 149, 157, 168
 Wärmestromdichte, 149
 Zentrumstemperatur, 175
 koordinatenunabhängige Darstellung, 23
 Operatorenschreibweise, 23
 stationäre, 99
 eindimensionale, 101
 innere Wärmequellen, 101
 mit Wärmequellen, 23
 ohne Wärmequellen, 23
 zweidimensionale, 102
 verallgemeinerte Gleichung, 23
 Wärmeleitungsansatz
 Fourier, 19, 34, 77, 88, 90, 92, 110, 120, 131, 157, 168
 negatives Vorzeichen, 20
 Wärmeleitungsdifferenzialgleichung
 Fourier'sche
 Beispiel, 33, 158, 166, 172, 181
 Wärmeleitwiderstand, 26, 27
 Wärmemenge, 16
 Wärmemitführung, *siehe* Konvektion
 Wärmequellen
 innere, 22, 43, 51, 57, 58, 108, 119, 303
 Wärmequellendichte, 22, 57
 Wärmerückgewinnung, 237
 Wärmestrahlung, 19, 21, 238
 Absorption, 245
 Absorptionskoeffizient, 280
 solarer, 248
 auftreffende Strahlung, 242
 diffuse Strahlung, 241
 diffuser Strahler, 239
 drei Oberflächen, 253
 Einstrahlzahl, 250, 252, 255
 Beispiel, 271, 273, 277, 285, 299, 303, 307, 309
 Eigen-, 257
 geneigte lange Platten, 261
 koaxiale parallele Scheiben, 260
 koaxiale Scheiben, 273
 konzentrische Kugeln, 262, 285
 konzentrische kurze Zylinder, 263
 konzentrische lange Zylinder, 260
 Kugel über großer Platte, 262
 Kugel über Kreisscheibe, 262
 Matrix, 271, 275, 278
 Methode der gekreuzten Fäden, 259, 270
 parallele endliche Rechtecke, 260
 parallele lange Platten, 261
 parallele lange Zylinder, 262
 parallele Zylinder über großer Platte, 262
 Reziprozität, 250, 257, 271, 274, 277
 senkrechte endliche Rechtecke, 260
 senkrechte lange Platten, 261
 senkrechte Rechtecke, 277
 Summation, 257, 271, 274, 277, 278
 Superposition, 258, 274
 Symmetrie, 258
 symmetrische parallele lange Platten, 261
 Tetraeder, 263
 zwei Flächen, 255
 Zylinder über endlicher Platte, 261
 Zylinder über großer Platte, 261
 Emission, 239, 241
 spektrale, 239, 247
 Emissionsgrad, 244, 282
 hemisphärischer, 245
 integraler, 245
 spektraler, 245
 emittierte Strahlung, 241
 grauer Strahler, 244, 246
 Helligkeit, 242
 adiabate Oberfläche, 250, 254
 graue Oberfläche, 249
 rückstrahlende Oberfläche, 250, 254
 schwarzer Körper, 249, 254
 Helligkeitsverfahren, 251
 Beispiel, 271, 276, 283–285, 299, 303, 307, 309

- Intensität, 241
 - Iteration, 39
 - Kenngößen
 - integrale, 243
 - spektrale, 243
 - Kirchhoff'sches Gesetz, 248
 - Linearisierung, 22
 - Oberflächenwiderstand, 249
 - Raumwiderstand, 250
 - realer Strahler, 244, 246
 - Reflexion, 245
 - schwarzer Körper, 239, 244, 248
 - Strahlungsfunktion, 240, 241, 280
 - schwarzer Strahler, *siehe* schwarzer Körper
 - selektiver Strahler, 244, 246
 - solare Strahlung, 249
 - diffuse, 249
 - direkte, 249
 - Gesamt-, 249, 282
 - Strahlungsaustauschkoeffizient, 255
 - Strahlungskoeffizienten, 245
 - Strahlungsschutzschirm, 263, 265, 268
 - Kugelschalen, 265
 - parallele Platten, 263
 - Zylinderschalen, 265
 - Transmission, 245
 - Wellenlänge, 238
 - zwei Oberflächen, 252
 - konzentrische Kugeln, 253
 - konzentrische lange Zylinder, 253
 - parallele große Platten, 253
 - vollständig umschlossener Körper, 252
 - Wärmestrom, 16, 51, 58, 99
 - Richtung, 18
 - Wärmestromdichte, 99
 - Beispiel, 29, 37, 45, 46
 - Wärmestromrichtung
 - Merkregel, 30
 - Wärmetauscher, 216
 - Wärmetransmission, 20, 27, 29, 30, 58, 71
 - Wärmetransport, 19
 - Wärmetransportmechanismen, 18
 - Analogie, 19
 - Wärmetransportvorgang
 - Analyse, 19
 - Wandheizung
 - Beispiel, 306
 - Wandtemperatur
 - konstante, 192
 - Wandwärmestrom
 - konstanter, 192
 - Warmhaltevorrichtung für Pizzas
 - Beispiel, 283
 - Warmwasserspeicher
 - Beispiel, 44, 48
 - Wasserleitung
 - Beispiel, 111, 181, 225
 - Weißbierkühlung
 - Beispiel, 81
 - Weihnachtstrucker
 - Beispiel, 300
 - Wellen
 - elektromagnetische, 21
 - Wellenlänge, 21, 238
 - Wellenspektrum, 238
 - Werkstoffwahl für Rippe
 - Beispiel, 137
 - Widerstand
 - elektrischer, 25
 - thermischer, 25
 - ebene Schicht, 26
 - Ersatzwiderstand, 27
 - Gesamtwiderstand, 27
 - Kühlkörper, 137
 - Konvektion, 26
 - Nomenklatur, 26
 - Parallelschaltung, 28
 - Reihenschaltung, 27
 - Schaltbild, 27
 - Serienschaltung, 27, 99
 - spezifischer, 26
 - Wärmeleitung, 26
 - Widerstandsbeiwert, 52
 - Wien'sches Verschiebungsgesetz, 239
 - Windkanal
 - Beispiel, 317
 - Wirtschaftlichkeit, 114
 - Beispiel, 302, 305
- ## Z
- Zeitkonstante, 74, 143
 - Zenitwinkel, 241
 - Ziegelstein
 - Beispiel, 171
 - Zustandsgleichung
 - kalorische, 59
 - Zustandsgröße, 16, 49, 53, 54, 59
 - extensive, 16
 - intensive, 16
 - Zylinder
 - innere Wärmequellen, 101
 - quer angeströmter, 187
 - schräg angeströmter, 187
 - Zylinderfunktion, *siehe* Bessel-Funktion
 - Zylinderkoordinaten, 23
 - Zylinderschale
 - Bezugsfläche, 100
 - innere Wärmequellen, 101
 - k-Wert, 100
 - mehrschichtige, 99
 - Péclet-Gleichung, 99, 119, 207
 - Temperaturprofil, 99
 - Wärmedurchgangskoeffizient, 100
 - Wärmeleitwiderstand, 99