

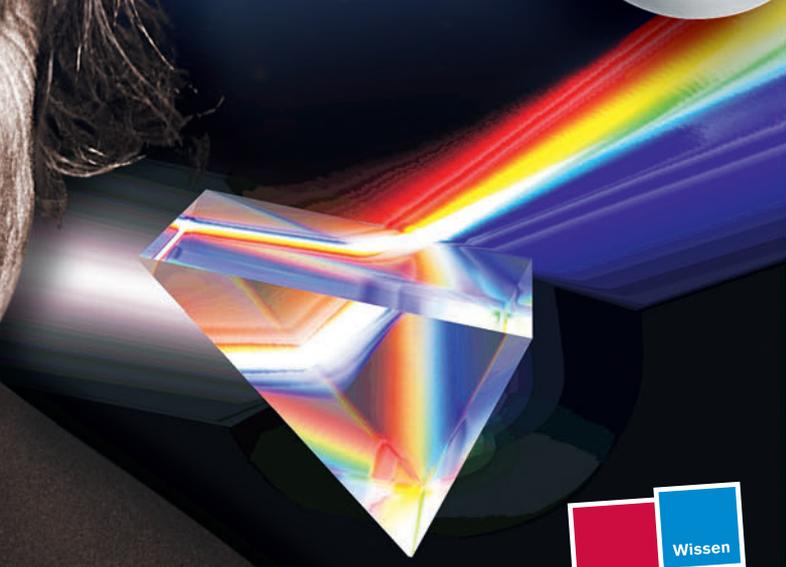
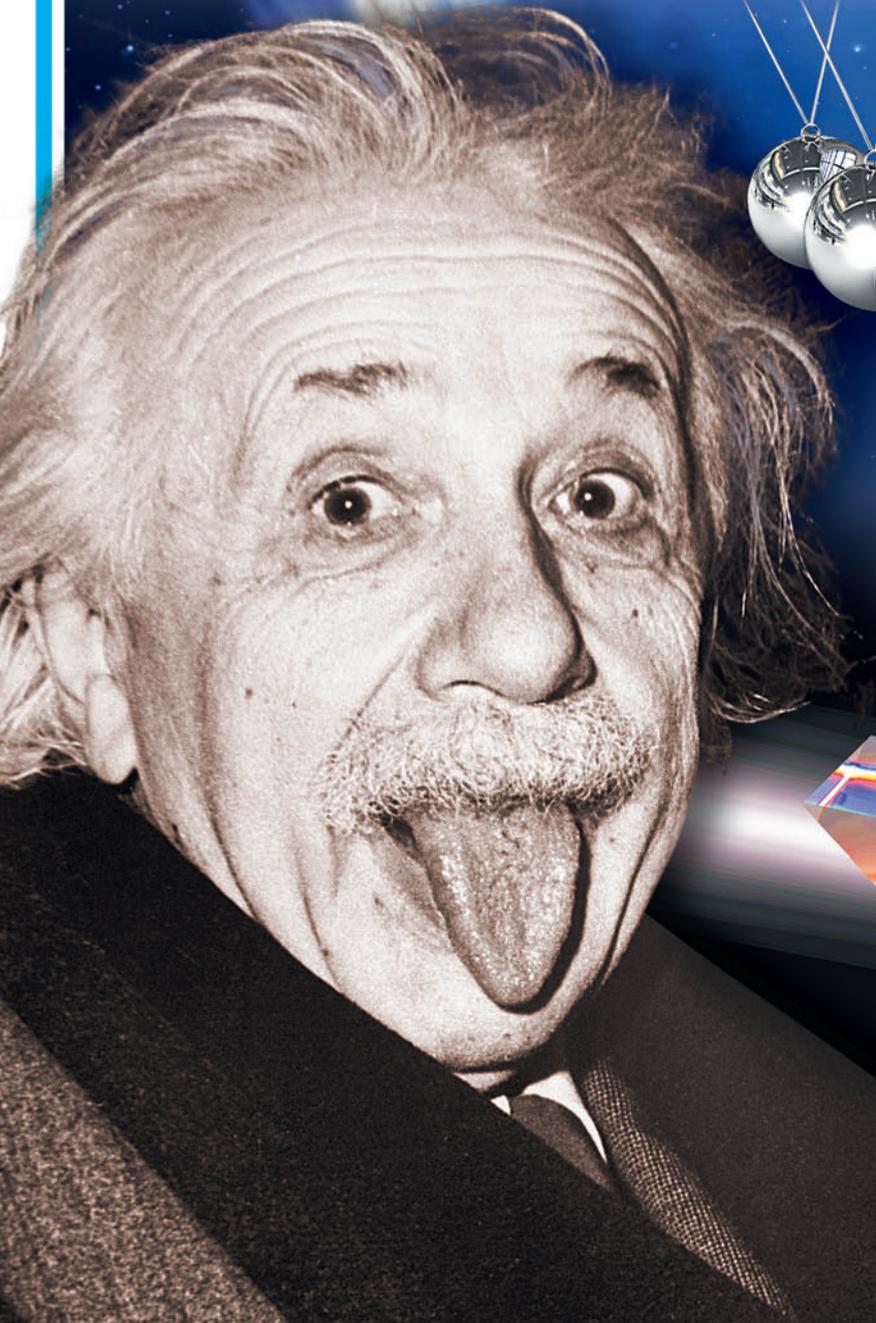


# Moderne Physik

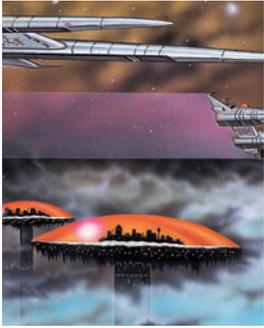
BAND 79

SEHEN | HÖREN | MITMACHEN

$$E = mc^2$$



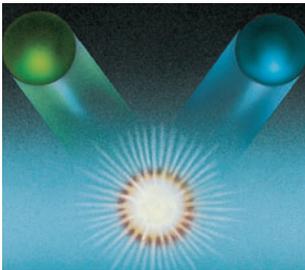
# Inhalt



## Einstein und die Lichtgeschwindigkeit

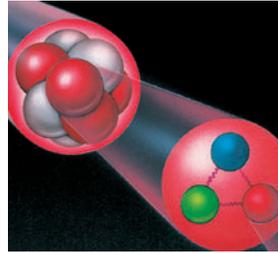
Gibt es eine absolute Höchstgeschwindigkeit? **4**  
 Was geschieht, wenn ich einem Lichtstrahl entgegenfliege? **5**

- Wer war Albert Einstein? **6**
- Was versteht man unter der Relativitätstheorie? **7**
- Gehen in schnellen Raumschiffen die Uhren anders? **8**
- Werden wir einmal zu fernen Sternen fliegen? **9**
- Kann ich das Jahr 4000 erleben? **11**
- Kann ein Apfel 50 Kilogramm wiegen? **13**
- Kann man aus Materie Energie gewinnen? **15**
- Wie erzeugt die Sonne ihre Energie? **16**
- Was hat Einstein mit der Atombombe zu tun? **16**
- Was würde ein Raumfahrer in der Nähe eines Schwarzen Lochs erleben? **18**



## Die Welt der kleinsten Teilchen

- Woraus besteht Licht? **22**
- Was ist ein Atom? **24**
- Was ist ein Molekül? **24**
- Wie ist ein Atom aufgebaut? **25**
- Sind Elektronen wirklich kleine Planeten? **27**
- Woraus bestehen die Atomkerne? **28**
- Gibt es Antimaterie? **29**



## Quarks und Leptonen

- Was sind Quarks? **30**
- Kann man Quarks beobachten? **32**

- Was versteht man unter den vier Naturkräften? **32**
- Was sind Leptonen? **33**
- Sind Elektronen Teilchen oder Wellen? **33**
- Wie erforscht man die kleinsten Teilchen? **34**
- Wie funktioniert ein Beschleuniger? **34**
- Gibt es ein Urteilchen und eine Urkraft? **36**



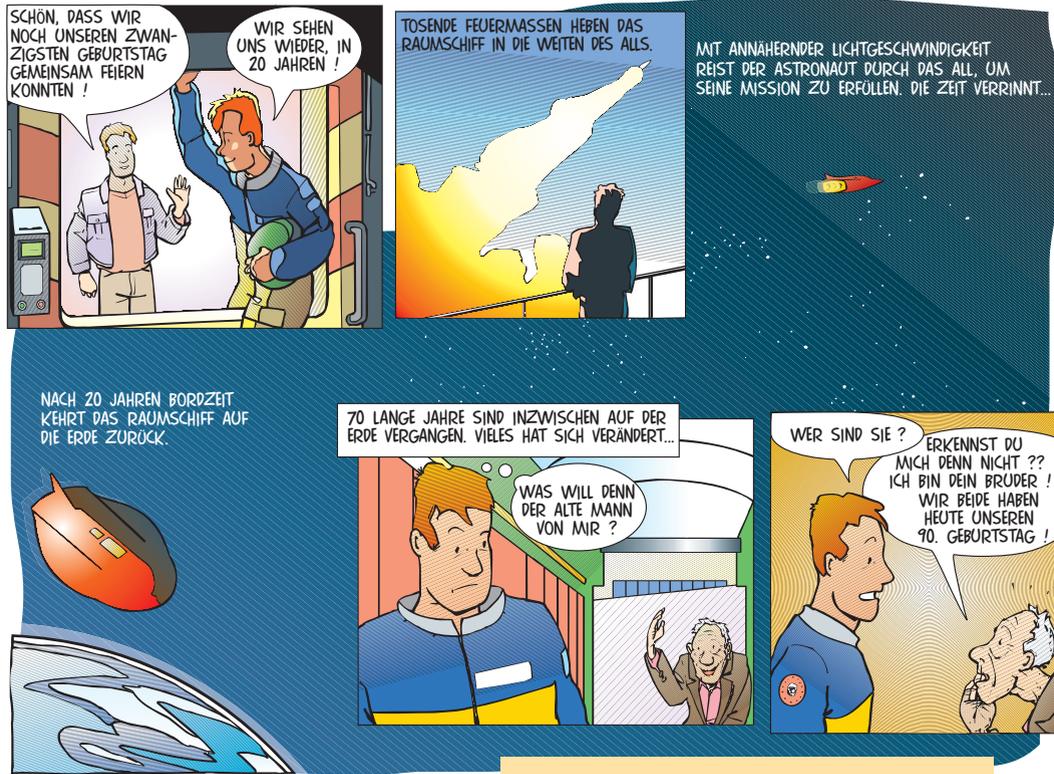
## Urknall und Ewigkeit

- Warum leuchten die Sterne? **37**
- Was sind Galaxien? **38**
- Kann man die Geschwindigkeit der Sterne messen? **39**
- Bewegen sich die Galaxien? **40**
- Gab es den Urknall wirklich? **41**
- Wann ist das Weltall entstanden? **41**
- Wie sah das Weltall am Anfang aus? **42**
- Wie entstanden Sterne und Galaxien? **45**
- Wird sich das Weltall immer weiter ausdehnen? **45**
- Ist das Weltall unendlich groß? **46**
- Was wird einmal aus unserer Erde? **47**
- Zerfällt einmal alle Materie? **47**

- Glossar** **48**
- Index** **48**

## ZWILLINGSPARADOXON

Lange Zeit haben sich die Physiker über das sogenannte Zwillingsparadoxon den Kopf zerbrochen. Nach Einstein altert ein mit annähernd Lichtgeschwindigkeit reisender Astronaut im Weltall langsamer als sein auf der Erde gebliebener Zwillingsbruder. Doch warum? Der Astronaut könnte ja sagen, von ihm aus gesehen rase der Zwillingsbruder auf der Erde mit fast Lichtgeschwindigkeit durchs All und müsste daher langsamer altern. Die beiden sind jedoch nicht in der gleichen Situation: Der Zwillingsbruder bewegt sich mit der Erde fast gleichförmig, während der Astronaut stark beschleunigt, dann abbrems, um umkehren zu können, und erneut beschleunigt. Einsteins Formeln sagen nun eindeutig, dass die Uhren des beschleunigten Astronauten langsamer laufen als die des gleichförmig bewegten oder ruhenden Erdenbürgers, der sich in einem sogenannten Inertialsystem befindet, einem ruhenden oder sich gleichförmig bewegenden Bezugssystem.



Ein Raumfahrer verabschiedet sich von seinem 20-jährigen Zwillingsbruder, um zu einem fernen Stern zu reisen. Nach 20 Jahren Bordzeit kehrt er heim, er ist inzwischen 40 Jahre, sein Zwillingsbruder 90 Jahre alt.

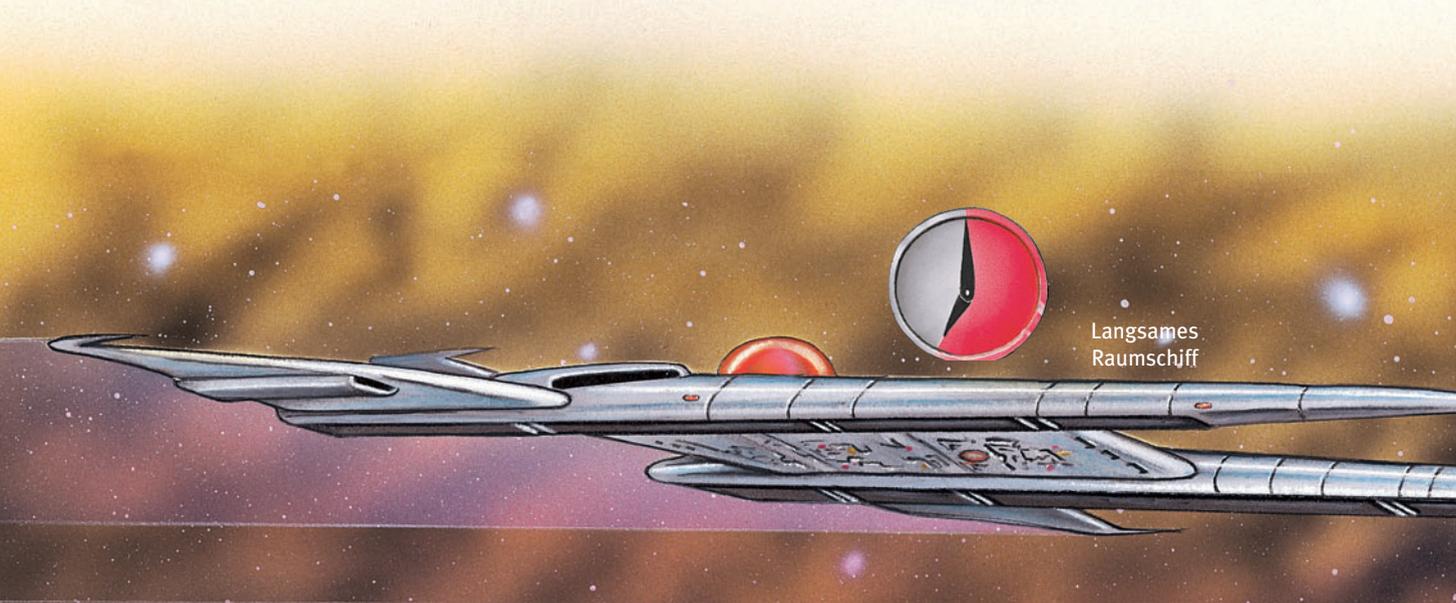
irdischen Beobachter die 68 Jahre, die der oben beschriebene Astronaut im All verbracht hat, als 2 000 Jahre.

Aus unserem Alltag wissen wir, dass jeder Gegenstand, der sich bewegt, eine bestimmte Bewegungsenergie besitzt. Diese ist umso höher, je mehr Masse er hat und je höher seine Geschwindigkeit ist. Ein Auto mit 1 000 kg Masse, das sich mit 100 km/h fortbewegt, hat zum Beispiel mehr Bewegungsenergie als ein Vogel mit 20 g Masse und einer Geschwindigkeit von 20 km/h. Wenn man die Bewegungsenergie des Autos erhöht, also Gas gibt, vergrößert man seine Geschwindigkeit. An der Masse des Autos stellen wir jedoch keine messbare Veränderung fest: Egal, ob es 100, 200 oder 300 km/h fährt, wir messen immer eine Masse von 1 000 kg.

**Kann ein Apfel 50 Kilogramm wiegen?**

Was aber würde geschehen, wenn ein Raumschiff schon mit fast Lichtgeschwindigkeit fliegt und man immer noch mehr Bewegungsenergie hineinsteckt, indem man die Triebwerke immer weiter befeuert? Die Geschwindigkeit kann ja kaum mehr größer werden, da das Raumschiff die höchste aller Geschwindigkeiten, die Lichtgeschwindigkeit, schon beinahe erreicht hat. Also muss, so schloss Einstein, die Masse des Raumschiffs größer werden! Und tatsächlich: Heute stellen die Wissenschaftler bei der Arbeit mit großen Teilchenbeschleunigern eine solche Massenzunahme täglich millionenmal fest, wenn sie kleine Teilchen fast auf Lichtgeschwindigkeit beschleunigen.

Aber zurück zu unserem Raumschiff: Nach Einsteins Formeln hat es, wenn es ruhend 1 Tonne Masse be-



Langsames Raumschiff



Beobachter

*Ein Raumschiff ist 70 Meter lang und hat eine Masse von 1 000 Tonnen. Fliegt es mit rund 99 Prozent der Lichtgeschwindigkeit an uns vorbei, so hat es für uns eine Masse von 7 100 Tonnen, erscheint uns rund 10 Meter lang, und die Uhren an Bord gehen 7-mal langsamer als die unseren. Alle diese Zahlen sind auf- oder abgerundet.*

sitzt, bei 80 Prozent der Lichtgeschwindigkeit rund 1,7 Tonnen Masse, bei 99 Prozent der Lichtgeschwindigkeit 7,1 Tonnen und bei 99,999 Prozent 224 Tonnen Masse. Das ist auch der Grund, warum ein Raumschiff nie die Lichtgeschwindigkeit erreichen kann. Nähert man sich dieser magischen Grenzggeschwindigkeit, so wird seine Masse praktisch unend-

lich groß, und man müsste unendlich starke Triebwerke haben, um das Raumschiff schneller zu machen.

Wir sehen also, dass auch die Masse eines Gegenstandes relativ ist und vom Beobachter abhängt. Ein Raumschiff, das für einen Mitreisenden die Masse von 1 000 Tonnen hat, besitzt für uns eine Masse von 7 100 Tonnen, wenn es mit rund 99 Prozent der

v (% von c)	m (g)
0	1
80	1,7
99	7,1
99,9	22,4
99,999	224
100	unendlich



Schnelles Raumschiff

Lichtgeschwindigkeit an uns vorbeirast. Ein großer Apfel hätte für uns eine Masse von 50 kg, wenn er mit 99,999 Prozent der Lichtgeschwindigkeit an uns vorbeifliegen würde.

Natürlich kann niemand einen Apfel auf eine so hohe Geschwindigkeit beschleunigen. Deshalb lässt sich in unserem Alltag eine solche Massenzunahme auch nicht beobachten. Wir bewegen uns im Bereich so geringer Geschwindigkeiten, dass die Veränderungen der Masse nicht messbar sind. Nur bei ganz winzigen Teilchen, den Elementarteilchen, können wir sie feststellen. So wurden zum Beispiel an der Universität Zürich Elektronen genau auf 99 Prozent der Lichtgeschwindigkeit beschleunigt und mithilfe elektrischer und magnetischer Felder abgelenkt. Aus den Bahnkurven konnte die Masse der Elektronen bestimmt werden. Sie war, wie von Einstein vorausgerechnet, rund siebenmal größer als die Masse von ruhenden Elektronen. Heute ist es bei DESY, einem großen Forschungszentrum in Hamburg, eine Kleinigkeit, die Masse von Elementarteilchen sogar um das Vieltausendfache zu erhöhen.

Stecken wir Energie in ein sehr schnelles Teilchen, so erhöhen wir seine Masse. Masse ist also, so schloss Einstein, nur eine Form von Energie. Wie wir gesehen haben, kann die Triebwerksenergie eines superschnellen Raumschiffs ja in Masse umgewandelt werden, genauso wie man zum Beispiel elektrische Energie in Wärme umwandeln kann. Umgekehrt, so folgerte Einstein weiter, muss man dann aber auch aus Masse Energie gewinnen

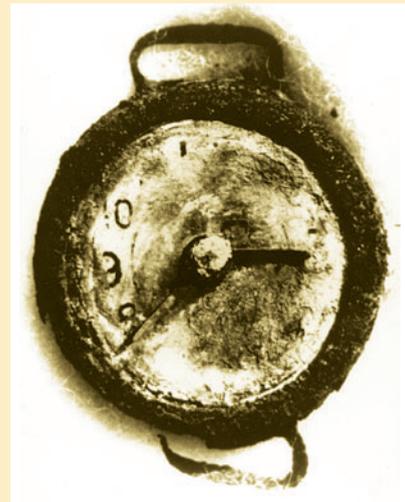
**Kann man aus Materie Energie gewinnen?**

können. Genau das sagt die vielleicht bekannteste und berühmteste Formel der ganzen Physik

$$E = mc^2$$

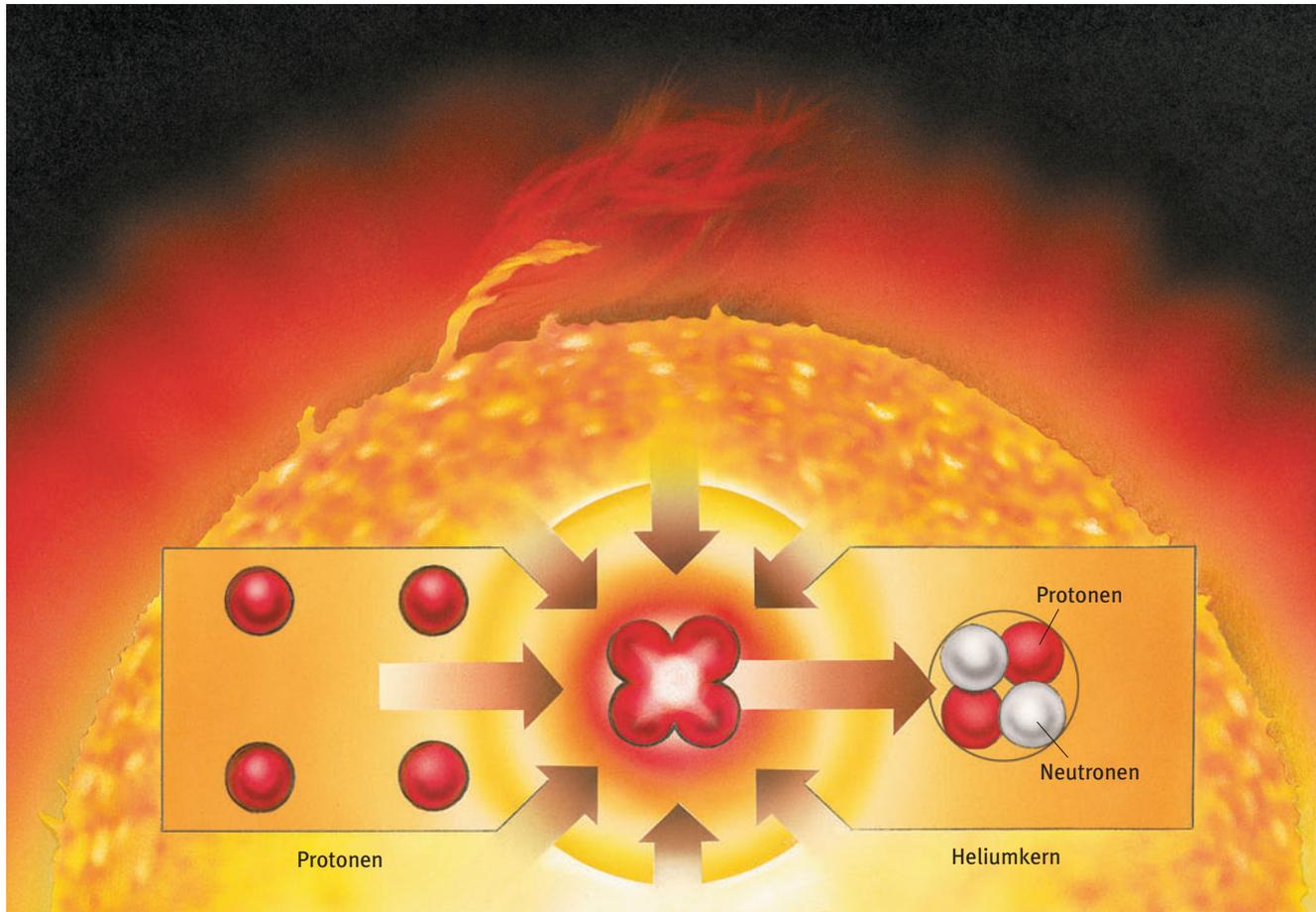
aus. Eine Masse  $m$  kann in einen gigantischen Energiebetrag  $E$  umgewandelt werden, wenn man sie mit dem Quadrat der riesigen Lichtgeschwindigkeit  $c$  multipliziert.

Sowohl die Sonne als auch die Atombombe setzen gewaltige Energiebeträge frei, indem sie Masse in Energie umwandeln.



**HIROSHIMA**

Der Abwurf zweier Atombomben auf die japanischen Städte Hiroshima und Nagasaki im Jahr 1945 gehörte zu den erschreckendsten Ereignissen der Menschheitsgeschichte. Bei einer Atombombe wird nach der einsteinschen Formel  $E = mc^2$  Masse in Energie verwandelt. Eine einzige solche Bombe genügte, um die japanische Großstadt Hiroshima völlig zu zerstören und Zehntausende von Menschen zu töten. Dabei wurde nur 1 Gramm Masse in Energie verwandelt. Die Uhr oben im Bild blieb zum Zeitpunkt des Bombeneinschlags stehen: Es war 8.15 Uhr am 6. August 1945.



Aus vier Wasserstoffkernen (Protonen) entsteht in der Sonne über einige Zwischenstufen ein Heliumkern. Dieser hat etwas weniger Masse als seine vier Bausteine. Es geht also Masse verloren, die in Energie umgewandelt wird.

Im Sonneninneren herrschen für uns unvorstellbare Bedingungen. Bei 15 Millionen Grad und 200 Milliarden Atmosphären Druck werden, sehr vereinfacht ausgedrückt, Wasserstoffatomkerne in Heliumkerne umgewandelt. Aus je vier Wasserstoffkernen entsteht über einige Zwischenstufen ein Heliumkern. Dieser hat etwas weniger Masse als seine vier Bausteine. Es geht also Masse verloren, die nach Einsteins Formel in Energie umgewandelt wird. Diesen Vorgang nennt man Kernfusion. Die Sonne verbraucht in jeder Sekunde 564 Millionen Tonnen Wasserstoff, aus dem 560 Millionen Tonnen Helium entstehen. Die restlichen vier Millionen Tonnen, das sind nur 0,7 Prozent

des Brennstoffs, werden zu Energie, die schließlich in Form von Licht und Wärme abgestrahlt wird. Trotz ihres großen Brennstoffverbrauchs kann unsere Sonne zehn Milliarden Jahre lang scheinen, von denen sie rund fünf Milliarden hinter sich hat. Sie steht also in der Mitte ihres Lebens.

Auch in der Atombombe und im Kernreaktor wird Masse in Energie umgewandelt. Dabei wird zum Beispiel ein großer Uran-Atomkern von einem kleinen Teilchen, einem Neutron, getroffen. Der Urankern wird dabei in zwei mittelschwere Atomkerne gespalten, außerdem entstehen einige neue Neutronen, die ihrerseits Urankerne treffen und spalten können. Wichtig

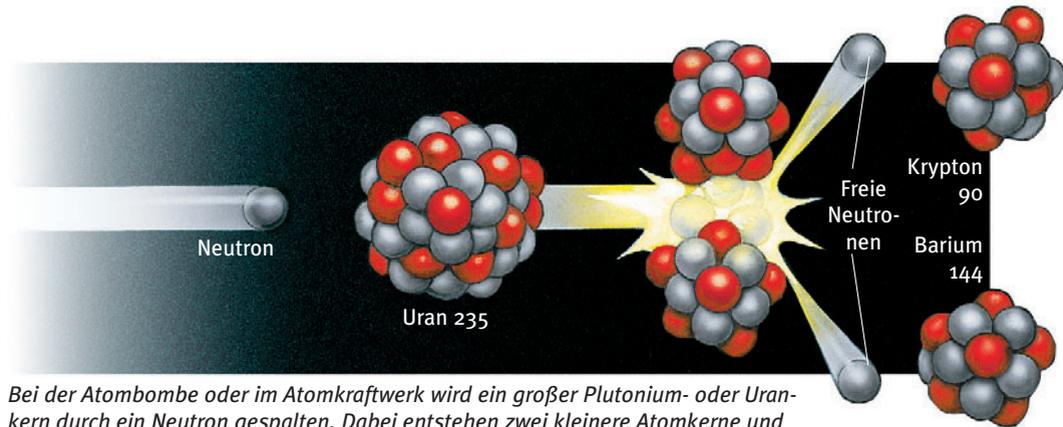
## KERNFUSION

Alle Sterne erzeugen ähnlich wie die Sonne Energie durch Kernumwandlung. Aus kleinen Atomkernen entstehen größere, wobei Masse verloren geht. Diesen Prozess nennt man Kernfusion. In großen Sternen entstehen auf diese Weise auch Kerne von Kohlenstoff, Sauerstoff und Eisen. Diese schweren Stoffe, die am Anfang des Weltalls noch nicht existierten, werden beim Tod der Sterne freigesetzt und stehen dann für den Aufbau von erdähnlichen Planeten zur Verfügung. Auf der Erde versucht man, die Energiequellen der Sonne nachzuahmen und Fusionskraftwerke zu bauen.

## KERNKRAFTWERKE

Auch in unseren heutigen Kernkraftwerken wird Masse in Energie umgewandelt. Aus einem Kilogramm Kernbrennstoff Uran 235 kann man dabei eine Energiemenge gewinnen, zu deren Erzeugung 67 Kesselwagen mit je 30 Tonnen Heizöl nötig wären. Die Kernenergie schien für viele Jahre die Lösung aller Energieprobleme zu sein. Allerdings entstehen bei der Kernspaltung kleinere Atomkerne, die stark strahlen und sehr gefährlich sind. Die sichere Entsorgung dieses „Atommülls“ bereitet große Schwierigkeiten.

*Bei der Atombombe, aber auch im Kernkraftwerk wird Masse in Energie umgewandelt. Bei der Explosion entsteht ein „Atompilz“, in dessen Zentrum gewaltige Drücke und Temperaturen herrschen. Auch wird viel Strahlung freigesetzt.*



*Bei der Atombombe oder im Atomkraftwerk wird ein großer Plutonium- oder Uran- kern durch ein Neutron gespalten. Dabei entstehen zwei kleinere Atomkerne und neue Neutronen, die wiederum Kerne spalten können.*

ist dabei Folgendes: Die bei der Spaltung neu entstehenden Kerne und Teilchen haben weniger Masse als der Ausgangskern und das ihn treffende Neutron. Wieder geht, wie im Sonnenzentrum, Masse verloren, diesmal allerdings durch Kernspaltung. Die verloren gegangene Masse wird auch hier nach Einsteins Formel  $E = mc^2$  in riesige Energiebeträge

umgewandelt. Bei der Atombombe geschieht dies explosionsartig, viele Kerne werden in einer sogenannten Kettenreaktion fast gleichzeitig gespalten.

Im Atomkraftwerk läuft der gleiche Vorgang kontrolliert ab: Man spaltet immer nur so viele Kerne, wie man für eine gleichmäßige Energieproduktion benötigt.



# Glossar

**Alphateilchen** Kern eines Heliumatoms aus zwei Protonen und zwei Neutronen

**Antimaterie** Aus Antiteilchen aufgebaute Materie

**Antiteilchen** Partner zu jedem Elementarteilchen mit gleicher Masse, aber entgegengesetzter Ladung

**Austauschteilchen (Bosonen)** Vermitteln die Wechselwirkungen (Kräfte) zwischen den Elementarteilchen.

**Elektromagnetische Kraft** Ist bei allen elektrischen und magnetischen Vorgängen wirksam.

**Elektron** Stabiles, negativ geladenes Elementarteilchen. Bildet zusammen mit Protonen und Neutronen die Atome.

**Elementarteilchen** Kleinste Bestandteile der Materie, die beim Urknall entstanden sind. Die meisten Elementarteilchen zerfielen rasch wieder. Übrig blieben stabile Teilchen wie Quarks und Elektronen, aus denen sich alle Materie zusammensetzt.

**Farbkraft (Starke Kraft, Kernkraft)** Sorgt für den Zusammenhalt der Quarks in den Protonen und Neutronen.

**Fermionen** Materieteilchen mit dem Spin  $1/2$

**Gluonen** Masselose Austauschteilchen der starken Kraft (von englisch: „glue“ = Leim)

**Gravitation (Schwerkraft)** Anziehungskraft zwischen zwei massereichen Körpern

**Gravitonen** Masselose Teilchen, die die Gravitation (Schwerkraft) übertragen, bisher aber noch nicht nachgewiesen wurden.

**Kernfusion** Verschmelzung zweier Atomkerne zu einem neuen Kern

**Kernspaltung** Zerlegung eines Kerns mit großer Nukleonenzahl in zwei Kerne mit geringerer Nukleonenzahl

**Kosmische Strahlung** Energiereiche Strahlung aus dem Weltraum, die auf die Erdatmosphäre trifft und auf der Erde noch in großen Tiefen nachweisbar ist. Sie besteht u.a. aus Protonen, Heliumkernen, Leptonen, Röntgen- und Gammastrahlen.

**Leptonen** Gruppe der Materieteilchen. Zu ihr gehören Elektronen, Myonen, Taus und Neutrinos.

**Lichtgeschwindigkeit** Geschwindigkeit, mit der sich Licht und andere elektromagnetische Wellen ausbreiten. Sie beträgt im Vakuum 300 000 km/s und ist die absolute Höchstgeschwindigkeit für alle Formen von Energie.

**Lichtjahr** Strecke, die das Licht in einem Jahr zurücklegt ( $9,461 \times 10^{12}$  km = ca. 10 Billionen km).

**Materie** Bezeichnung für alle Stoffe, die eine Masse besitzen. Die kleinsten Bausteine der Materie sind Quarks und Leptonen.

**Meson** Instabiles Teilchen aus einem Quark und einem Antiquark

**Myon** Negativ geladenes, instabiles Elementarteilchen. Bestandteil der kosmischen Strahlung

**Neutrino** Elektrisch neutrales Elementarteilchen. Neutrinos haben wahrscheinlich keine Masse und können Materie ungehindert durchfliegen.

**Neutron** Stabiles, elektrisch neutrales Teilchen, bildet mit den Protonen die Atomkerne.

**Nukleonen** Bezeichnung für Protonen und Neutronen, die Bausteine der Atomkerne (von lat.: „nucleus“ = Kern)

**Photonen (Lichtquanten)** Übertragen die elektromagnetische Kraft. Photonen sind masselos und elektrisch neutral.

**Positron** Positiv geladenes Antiteilchen des Elektrons

**Proton** Stabiles, positiv geladenes Teilchen, bildet mit den Neutronen die Atomkerne.

**Quarks** Bausteine der Materie. Es gibt sechs verschiedene Quarks. Die stabile Materie besteht jedoch nur aus Up- und Down-Quarks. Je drei von ihnen bilden ein Proton bzw. ein Neutron.

**Spin** Eigendrehung von Elementarteilchen. Austauschteilchen haben einen ganzzahligen Spin, Materieteilchen einen halbzahligen Spin ( $s=1/2$ ).

**Starke Kraft** (siehe Farbkraft)

**Schwache Kraft** Ist z. B. beim radioaktiven Zerfall von Atomkernen wirksam.

**Teilchenbeschleuniger** Anlagen, in denen elektrisch geladene Teilchen, z. B. Elektronen oder Protonen, auf fast Lichtgeschwindigkeit beschleunigt werden.

**Weakonen (W- und Z-Bosonen)** Massereiche Übertragungsteilchen der schwachen Kraft

## Index

### A

Alpha Centauri 9  
 Alphastrahlung 28  
 Alphateilchen 25  
 Andromedanebel 11, 39, 40  
 Antielektron (siehe Positron)  
 Antimaterie 29, 31, 43  
 Antiquark 31, 34, 42, 44  
 Äther 6  
 Atom 5, 22, 24, 31, 43  
 Aufbau 25, 26  
 Atombombe 15–17  
 Atomkern 25–28, 31, 43, 44  
 Aufbau 28  
 Größe 26  
 Austauschteilchen 32, 33

### B

Balkenspirale 38, 39  
 Barium 17  
 Baryonen 30  
 Betastrahlen 28  
 Blasenstruktur 38  
 Bohrsches Atommodell 25, 27  
 Bosonen 33

### C, D

CERN 35  
 Deneb 11  
 DESY 15, 34, 35

Doppler-Effekt 39  
 Dualismus 22  
 Dunkelmaterie 45

### E

Einstein, Albert 6–8, 22  
 Eisen 16, 24, 44, 45  
 Elektromagnetische Kraft 32, 33, 36, 44  
 Elektromagnetische Wellen 22, 23  
 Elektron 15, 22, 25–32, 34–36, 42–44, 47  
 Elektroschwache Kraft 32, 36, 44  
 Element, chemisches 24, 26  
 Elementarteilchen 5, 30–34  
 Elliptische Galaxie 38, 39

### F

Farbkraft (siehe starke Kraft)  
 Fermionen 33

### G

Galaxie 10, 38–41, 43  
 Galaxienhaufen 39, 40  
 Galilei, Galileo 4  
 Gammastrahlen 23, 28  
 Gehirn 7, 23  
 Gluonen 32  
 Gold 24, 25  
 Gravitation 18, 32, 33, 43  
 Gravitationslinse 21  
 GUT-Kraft 32, 43

### H

Helium 16, 25, 27–29, 37, 44, 45  
 Higgs-Bosonen 35  
 Hintergrundstrahlung 41  
 Hiroshima 15  
 Hubble, Edwin 40

### I

Inertialsystem 13  
 Inflation 43  
 Infrarotstrahlung 22, 23  
 Ion 28  
 Isotop 28

### J, K

Jupiter 4  
 Kernfusion 16, 44, 45  
 Kernkraft 33  
 Kernkraftwerk 16, 17, 28, 29  
 Kernspaltung 17  
 Kohlenstoff 16, 25, 28, 41, 44, 45  
 Kosmische Strahlung 8  
 Krypton 17  
 Kugelsternhaufen 41

### L

Längenkontraktion 9  
 Leptonen 30, 33, 35, 36  
 Lichtgeschwindigkeit 4, 5, 6  
 Konstanz der 6  
 Lichtjahr 10, 11  
 Lichtquant (siehe Photon)  
 Lithium 44

### M

Materie 29–31, 33, 34, 42, 43, 47  
 Mesonen 30, 31  
 Meteorit 41  
 Michelson, Albert 6  
 Mikrowellenstrahlung 41  
 Milchstraßensystem, unser 38, 40  
 Milchstraßensysteme 44  
 Molekül 24, 25, 31  
 Mond 4  
 Mondstein 41  
 Myonen 8–11

### N

Naturkräfte 7, 32, 36, 43  
 Neutrino 47  
 Neutron 16, 17, 28, 30, 33, 42, 44, 47  
 Neutronenstern 20, 21, 37  
 Newton, Isaac 7  
 Nukleonen 28, 30–32

### P

Paarbildung 29  
 Pferdekopfnebel 4  
 Photon (Lichtquant) 22, 23, 26, 28, 33, 42, 44  
 Pi-Meson (Pion) 31  
 Planck, Max 22, 23  
 Planeten 43–45  
 Plasma 44  
 Positron 29, 42  
 Proton 16, 28, 30–34, 42, 44, 47

### Q

Quant 8, 22, 27, 29  
 Quantentheorie 8  
 Quark 30–36, 42–44  
 Quasar 41

### R

Radioteleskop 40  
 Radiowellen 4, 22, 37, 44  
 Raumkrümmung 20, 21  
 Relativitätstheorie 6, allgemeine 7, 8, 18  
 spezielle 6–9  
 Römer, Ole 4  
 Röntgenstrahlung 22, 23, 37  
 Roter Riese 47  
 Rutherford, Ernest 25

### S

Sauerstoff 16, 24, 25, 44, 45  
 Schall 5, 6  
 Schwache Kraft 32, 33, 36, 44  
 Schwarzes Loch 18, 19, 36, 37, 47  
 Schwerkraft (siehe Gravitation)  
 Sonne, unsere 4, 16  
 Sonnenfinsternis 21  
 Spektralanalyse 26, 27  
 Spektrum 27  
 Spin 33  
 Spiralgalaxie 38, 39  
 Starke Kraft 32, 33, 36  
 Sterne 43–45  
 Strings 30

Supersymmetrie 33

### T, U

Teilchenbeschleuniger 34, 35, 42  
 Überlichtgeschwindigkeit 11  
 Ufos 9  
 Ultraviolettstrahlung 22, 23, 37  
 Universum 46  
 Alter 41, 46  
 Entstehung 42, 43, 44  
 Größe 46  
 Uran 16, 17, 24, 28  
 Urknall 40, 41, 46  
 Urkraft 7, 36, 43

### W

Wasser 24, 25, 31  
 Wasserstoff 16, 24–28, 37, 44, 45  
 Weakonen 33  
 Wega 11  
 Weißer Zwerg 37

### X, Z

X-Teilchen 42, 43  
 Zehnerpotenzen 24  
 Zeitdehnung 8  
 Zeitdilatation 8  
 Zeitstrahlung 29  
 Zwillingsparadoxon 13

