

LERNEN EINFACH GEMACHT



2. Auflage

# Lineare Algebra

für  
**dummies**<sup>®</sup>

Lineare Gleichungs-  
systeme zuverlässig lösen

Das Wichtigste zur  
Analytischen Geometrie wissen

Mit Determinanten  
und Eigenwerten jonglieren

Ernst Georg Haffner

[Abbildung 2.4: Subtraktion zweier komplexer Zahlen](#)

[Abbildung 2.5: Multiplikation komplexer Zahlen](#)

[Abbildung 2.6: Der Betrag reeller Zahlen auf dem Zahlenstrahl](#)

[Abbildung 2.7: Der Betrag komplexer Zahlen in der Gaußschen Zahlenebene](#)

[Abbildung 2.8: Darstellung zueinander konjugiert komplexe Zahlen](#)

[Abbildung 2.9: Kartesische- und Polarkoordinaten](#)

[Abbildung 2.10: Geometrische Deutung der Multiplikation komplexer Zahlen](#)

### Kapitel 3

[Abbildung 3.1: Ein binärer Operator auf einer Grundmenge](#)

[Abbildung 3.2: Das Assoziativgesetz](#)

[Abbildung 3.3: Das Kommutativgesetz](#)

[Abbildung 3.4: Das neutrale Element](#)

[Abbildung 3.5: Inverse Elemente](#)

[Abbildung 3.6: Das Distributivgesetz](#)

### Kapitel 4

[Abbildung 4.1: Vektordarstellung](#)

[Abbildung 4.2: Komposition von Vektoren](#)

[Abbildung 4.3: Kommutativität der Vektoraddition](#)

[Abbildung 4.4: Skalare Multiplikation](#)

[Abbildung 4.5: Orthogonale Vektoren](#)

[Abbildung 4.6: Norm eines Vektors](#)

[Abbildung 4.7: Abstand zweier Vektoren](#)

[Abbildung 4.8: Winkel zwischen Vektoren](#)

[Abbildung 4.9: Flächenberechnung eines Parallelogramms](#)

[Abbildung 4.10: Zug eines Bollerwagens](#)

[Abbildung 4.11: Das statische Drehmoment](#)

[Abbildung 4.12: Kosinussatz am Dreieck](#)

[Abbildung 4.13: Das Dreieck als Vektorsumme](#)

### Kapitel 6

[Abbildung 6.1: Schnitt zweier Geraden](#)

[Abbildung 6.2: Lösungsgerade eines LGS](#)

## Kapitel 9

[Abbildung 9.1: Ursprungsgerade als lineare Hülle](#)

## Kapitel 10

[Abbildung 10.1: Zwei Punkte bilden einen Vektor](#)

[Abbildung 10.2: Ein anderer Vektor](#)

[Abbildung 10.3: Ortsvektoren zweier Punkte](#)

[Abbildung 10.4: Vektoroperationen auf Punkten](#)

[Abbildung 10.5: Einsatz von Orts- und Richtungsvektoren](#)

[Abbildung 10.6: Gerade durch die Punkte  \$P\$  und  \$Q\$](#)

[Abbildung 10.7: Ebene in Achsenabschnittsform](#)

[Abbildung 10.8: Höhensatz im rechtwinkligen Dreieck](#)

[Abbildung 10.9: Parallelogramm](#)

[Abbildung 10.10: Spat in vektorieller Darstellung](#)

[Abbildung 10.11: Ellipsoid](#)

[Abbildung 10.12: Elliptisches Paraboloid](#)

[Abbildung 10.13: Hyperbolisches Paraboloid](#)

## Kapitel 11

[Abbildung 11.1: Abstand zweier Punkte](#)

[Abbildung 11.2: Abstand zwischen Punkt und Gerade](#)

[Abbildung 11.3: Skizze zur Abstandsermittlung](#)

[Abbildung 11.4: Abstandsbestimmung zwischen Ebene und Punkt](#)

[Abbildung 11.5: Abstand zweier paralleler Geraden](#)

[Abbildung 11.6: Abstand windschiefer Geraden](#)

[Abbildung 11.7: Schnittpunkt zweier Geraden](#)

[Abbildung 11.8: Schnittwinkel von Geraden](#)

[Abbildung 11.9: Schnitt einer Geraden mit einer Ebene](#)

[Abbildung 11.10: Durchstoßwinkel](#)

[Abbildung 11.11: Abstand zweier paralleler Ebenen](#)

[Abbildung 11.12: Schnittgerade zweier Ebenen](#)

## Kapitel 12

[Abbildung 12.1: Parallelverschiebung in Richtung  \$\(1, 0\)\$](#)

[Abbildung 12.2: Fixpunktgerade und Fixgerade](#)

[Abbildung 12.3: Parallelen zur Fixpunktgeraden](#)

[Abbildung 12.4: Parallelen zu Fixgeraden sind Fixgeraden](#)

[Abbildung 12.5: Translation als affine Abbildung](#)

[Abbildung 12.6: Scherung](#)

[Abbildung 12.7: Rotation als affine Abbildung](#)

[Abbildung 12.8: Rotation um den Ursprung](#)

[Abbildung 12.9: Rotation um  \$R\left\(\frac{1}{2}, 1\right\)\$](#)

[Abbildung 12.10: Punktspiegelung](#)

[Abbildung 12.11: Achsenspiegelung](#)

[Abbildung 12.12: Spiegelung an einer Ursprungsgerade](#)

[Abbildung 12.13: Einsatz der Spiegelmatrix](#)

[Abbildung 12.14: Kontraktion als Affinität](#)

[Abbildung 12.15: Beispiel einer Kontraktion](#)

[Abbildung 12.16: Hyperbel in Standardlage](#)

[Abbildung 12.17: Drehung einer Hyperbel](#)

[Abbildung 12.18: Hyperbolisches Paraboloid in Standardlage](#)

## Kapitel 13

[Abbildung 13.1: Parabel von  \$f\(x\) = x^2\$](#)

[Abbildung 13.2: Die Sinusfunktion](#)

[Abbildung 13.3: Exponential- und Logarithmusfunktion](#)

[Abbildung 13.4: Surjektive Funktionen](#)

[Abbildung 13.5: Injektive Funktionen](#)

[Abbildung 13.6: Bijektive Funktionen](#)

[Abbildung 13.7: Hintereinanderausführung eines linearen Operators](#)

[Abbildung 13.8: Orthogonale Projektion](#)

[Abbildung 13.9: Messergebnisse als Punkte eingetragen](#)

[Abbildung 13.10: Ergebnisgerade und orthogonale Projektion](#)



## Kapitel 15

[Abbildung 15.1: Basiswechsel](#)

[Abbildung 15.2: Koordinatentransformation](#)

## Kapitel 16

[Abbildung 16.1: Eigenwerte und -vektoren einer Achsenspiegelung](#)

[Abbildung 16.2: Zwei Objekte zwischen Spiralfedern](#)

[Abbildung 16.3: RCL-Parallelschaltkreis](#)

## Kapitel 17

[Abbildung 17.1: Der goldene Schnitt](#)

# Einführung

---

Wollen Sie richtig Eindruck bei Ihren Freunden und Verwandten schinden, so verwenden Sie doch einfach bei passender Gelegenheit mathematische Fachausdrücke wie beispielsweise *Algebra*, *Matrix* oder *Vektor*. Wenn Sie diese Nomen dann noch mit spezifischen Adjektiven wie *linear*, *affin* oder *skalar* kombinieren, bleibt die offene oder unausgesprochene Bewunderung gewiss nicht aus.

Voraussetzung dafür ist selbstverständlich, dass Sie genau wissen, worum es sich dabei handelt. Die Basis dafür haben Sie bereits erfolgreich gelegt, indem Sie dieses Buch in Händen halten.

## ***Zu diesem Buch***

In diesem Buch werden Sie rasch und ohne Schnörkel alles Wichtige über die lineare Algebra erfahren, von den Grundlagen bis hin zu den tiefgründigsten Erkenntnissen.

Mathematische Abhandlungen und selbst die meisten Lehrbücher neigen dazu, möglichst knapp und kompakt ihre Inhalte zu vermitteln. »Jedes Wort zuviel verwässert die reine Lehre«, das ist die Devise. Warum aufwändig einen Sachverhalt erklären, wenn man genauso gut eine kryptische Formel angeben kann, die – allerdings nur für Eingeweihte – alles Wesentliche bereits enthält? Viele Leser werden durch diese Art von Mathematik abgeschreckt, wenn nicht gar verängstigt.

Ich verspreche Ihnen, dass dieses Buch anders ist. Es wird Sie sanft in eine der zweifellos wichtigsten Teilgebiete der Mathematik entführen. Sie werden sich wundern, wie viel Spaß und Unterhaltung sogar die kompliziertesten Sachverhalte bereiten können! Dieses Buch wird Sie auf eine Weise ansprechen, die Sie bisher nicht kannten, aber an die Sie sich schnell gewöhnen werden. Es behandelt überraschende, spannende aber auch alltägliche Themen.

Dabei können Sie das Buch in beliebiger Reihenfolge durcharbeiten. Es zwingt Sie niemand dazu, das Buch von vorne bis hinten Seite für Seite zu lesen. Wie andere *Dummies*-Bücher ist auch dieses Buch so aufgebaut, dass Sie so viel wie möglich darin herumblättern können - schließlich ist es Ihr Buch. Die lineare Algebra bietet so viele interessante Aspekte, dass Sie immer wieder davon fasziniert sein werden!

## ***Konventionen in diesem Buch***

Zahlreiche Bücher verwenden etliche Konventionen, die Sie kennen sollten, bevor Sie die Lektüre starten können. Das ist hier nicht der Fall. Es gibt nur einige wenige Konventionen, die Ihnen helfen werden, sich schnell zurechtzufinden:

- ✓ *Kursivschrift* kennzeichnet wichtige Fachbegriffe und hebt bedeutsame Worte hervor.