

ARITHMETIK

Wenn es einen Weg zum Besseren geben soll, erfordert das einen umfassenden Blick auf das Schlimmste.

THOMAS HARDY

Der mittlerweile verstorbene Mathematikprofessor Albert Bartlett von der *University of Colorado* soll seine berühmte Vorlesung zur Exponentialfunktion mehr als tausend Mal gehalten haben. Ich zeige das YouTube-Video dieser Vorlesung als Auftakt zu meinen Veranstaltungen zur Permakultur, und vermutlich machen viele andere Lehrer es ganz genauso. Seit Bartletts Tod steigt die Anzahl der Zuschauer Jahr für Jahr. In seinem

einstündigen Vortrag sagt der Professor:

Der Legende nach wurde das Schachspiel von einem Mathematiker erfunden, der für einen König arbeitete. Der König war sehr erfreut und sagte: „Ich will Euch belohnen.“ Der Mathematiker erwiderte: „Ich brauche nicht viel. Legt einfach auf das erste Feld meines neuen Schachbretts ein Weizenkorn. Auf dem nächsten Feld verdoppelt Ihr dieses eine Korn, sodass zwei darauf liegen. Auf dem nächsten Feld verdoppelt Ihr diese beiden auf vier. So verdoppelt Ihr dann Feld für Feld weiter – das wäre eine angemessene Bezahlung.“ Vermutlich dachte der König: „So ein Dummkopf. Ich hätte ihm bereitwillig eine echte Belohnung gegeben, aber er will nur ein paar Weizenkörner.“



Aber schauen wir uns einmal an, was das genau bedeutet. Wir wissen, dass auf dem vierten Feld acht Körner liegen. Acht ist das Ergebnis, wenn man drei Zweien miteinander malnimmt, also $2 \times 2 \times 2$; das ist eine Zwei weniger als die Nummer des Feldes. So geht es Feld für Feld weiter – die Anzahl der Körner auf dem letzten Feld kann man ermitteln, indem man 63 Zweien multipliziert.

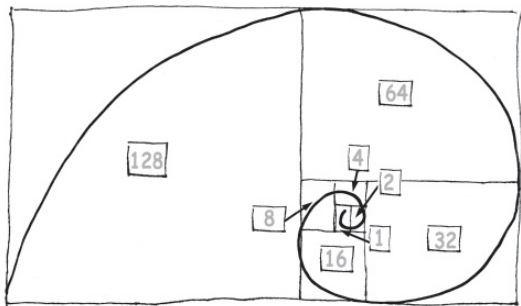
Welche Gesamtzahl ergibt sich dann? Wenn wir ein Korn auf das erste Feld legen, befindet sich insgesamt eines auf dem Brett. Legen wir zwei Körner hinzu, sind es insgesamt drei. Wir geben vier

weitere Körner dazu und haben nun insgesamt sieben. Sieben Körner sind eins weniger als acht, also ein Korn weniger als drei miteinander multiplizierte Zweien. Fünfzehn Körner sind eins weniger als vier miteinander multiplizierte Zweien. So geht es immer weiter, und die Gesamtzahl der Körner beträgt letztendlich ein Körnchen weniger als die Zahl, die ich erhalte, wenn ich vierundsechzig Zweien multipliziere. Nun stellt sich die Frage: Wie viel Weizen ist das?

Haben Sie eine Ahnung, wäre das ein ordentlicher Kornhaufen hier im Raum? Wäre das ganze Gebäude gefüllt? Würde die Menge das ganze Land zwei Meter tief unter sich begraben? Über wie viel Weizen reden wir hier?

Die Antwort lautet: Es wäre etwa das Vierhundertfache der weltweiten Weizenernte des Jahres 1990, vermutlich mehr Weizen, als die Menschheit in ihrer gesamten Geschichte jemals geerntet hat. Sie mögen sich fragen: „Wie kommt diese ungeheure Zahl zustande?“, und die Antwort lautet: Das war ganz einfach. Ein einziges Korn machte den Anfang, doch die Anzahl ist kontinuierlich angestiegen und hat sich letztendlich nur dreiundsechzig Mal verdoppelt.

„Der größte Fehler der menschlichen Rasse“, sagte Bartlett seinen Studierenden gerne, „besteht darin, dass sie die Exponentialfunktion nicht versteht.“



Exponentielles Wachstum bedeutet, dass die Menge bei jeder Verdoppelung größer wird als alle