

1.3 Vokabular zum Beschreiben von Graphen und Änderungsraten

WISSEN

Diese Fachbegriffe kannst du zum Beschreiben von Graphen verwenden

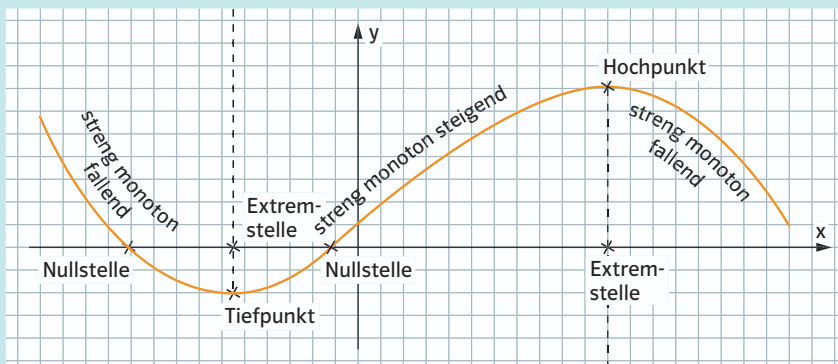
(1) lokale Eigenschaften

Lokale Eigenschaften eines Graphen sind besondere Punkte bzw. Stellen. Ein **Punkt** ist eine Ortsangabe im Koordinatensystem und besteht aus einer x-Koordinate und der zugehörigen y-Koordinate bzw. dem zugehörigen Funktionswert $f(x)$. Ein Punkt P wird mit $P(x|y)$ bzw. $P(x|f(x))$ bezeichnet. Besondere Punkte sind **Extrempunkte** wie **Hochpunkte** oder **Tiefpunkte**. Die zugehörigen x-Werte nennt man Extremstellen, die y-Werte **Maximum** bzw. **Minimum**.

Eine **Stelle** besteht nur aus einem Wert, in den meisten Fällen dem x-Wert (z.B. Nullstelle $x_0 = 1$, Extremstelle $x_1 = -2$), in selteneren Fällen auch aus dem y-Wert (Stelle, an der der Graph die y-Achse schneidet, z.B. $y = 2$).

(2) globale Eigenschaften

Globale Eigenschaften eines Graphen beschreiben den ganzen Graphen bzw. Bereiche, die so genannten **Intervalle**. Besonders wichtig sind hier Intervalle, in denen der Graph streng monoton wächst (also $f' > 0$) oder streng monoton fällt (also $f' < 0$).



WISSEN

So beschreibst du Änderungsraten im Sachzusammenhang

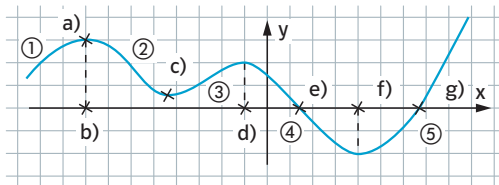
In der Regel beschreibt die Funktion f die Zuordnung zu einem Bestand (in Abhängigkeit z. B. von der Zeit), die Änderungsrate die Änderung des Bestandes z. B. in einem bestimmten Zeitabschnitt oder zu einem bestimmten Zeitpunkt.

Funktion f / Bestand	durchschnittliche Änderungsrate [Einheit]	momentane Änderungsrate f' [Einheit]
Zeit [h] → Weg [km]	Durchschnittsgeschwindigkeit [km/h]	Momentangeschwindigkeit [km/h]
Zeit [min] → Höhe [m]	durchschnittliche Steigung [m/min]	momentane Steigung [m/min]
Zeit [min] → Wassermenge [l]	durchschnittlicher Zu-/Abfluss [l/min]	momentaner Zu-/Abfluss [l/min]
Zeit [Jahre] → Größe [m]	durchschnittliches Wachstum [m/Jahre]	momentanes Wachstum [m/Jahr]
Zeit [s] → Geschwindigkeit [m/s]	durchschnittliche Beschleunigung [m/s ²]	momentane Beschleunigung [m/s ²]

Den Bruchstrich bei der Einheit liest du „pro“, also z. B. km pro Stunde.

11

Ordne die passenden Fachbegriffe zu.



- streng monoton wachsend –
- streng monoton fallend –
- Hochpunkt – Tiefpunkt –
- Sattelpunkt – Nullstelle –
- Extremstelle

12

Ergänze die Bedeutung von f' bzw. f im jeweiligen Sachzusammenhang.

f	f'
a) Tauchvorgang eines U-Bootes Zeit [min] → Tiefe [m]	
b)	Wachstumsgeschwindigkeit von Hefepilzen [Anzahl/Tag]
c) Ein Ruderer rudert Zeit [min] → Strecke [m]	

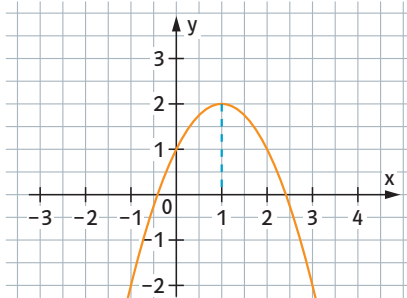
1.4 Übersicht über den Zusammenhang von f und f'

WISSEN

lokale Eigenschaften

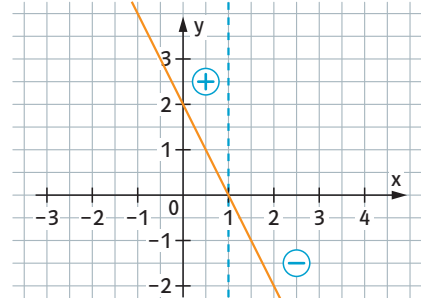
Der Graph von f hat an der Stelle x_0 ...

... einen Hochpunkt

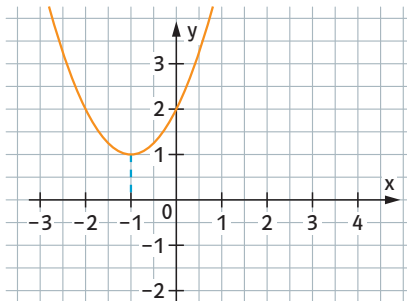


Der Graph von f' hat an der Stelle x_0 ...

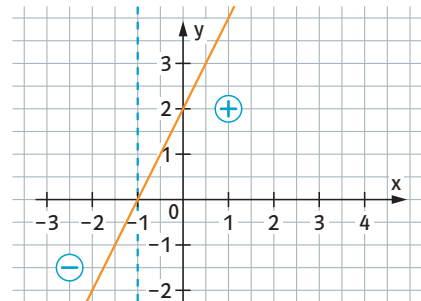
... eine Nullstelle mit Vorzeichenwechsel von + nach -



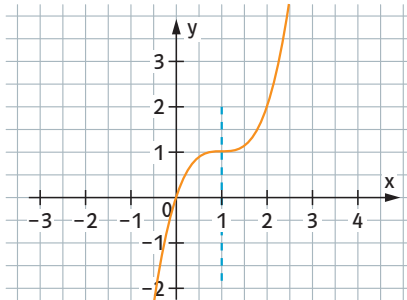
... einen Tiefpunkt



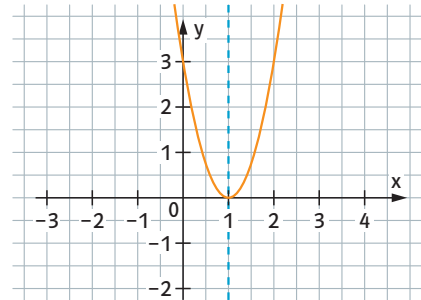
... eine Nullstelle mit Vorzeichenwechsel von - nach +



... Sattelpunkt



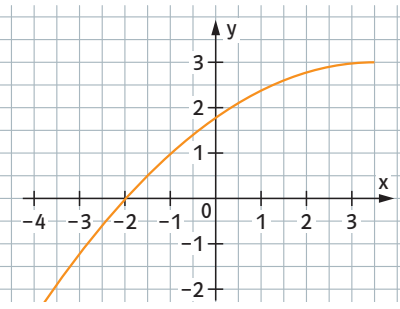
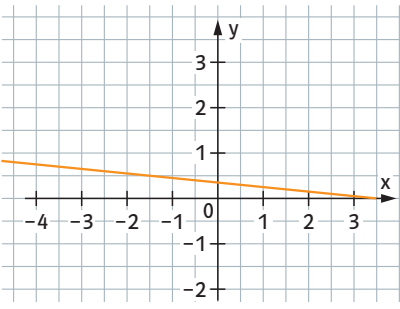
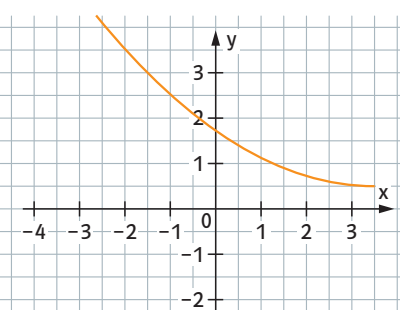
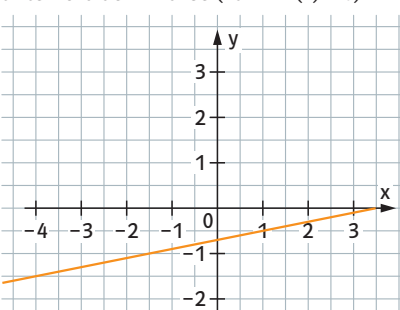
... eine Nullstelle ohne Vorzeichenwechsel



Solch eine Nullstelle ohne Vorzeichenwechsel nennt man auch **doppelte Nullstelle**.

WISSEN

globale Eigenschaften

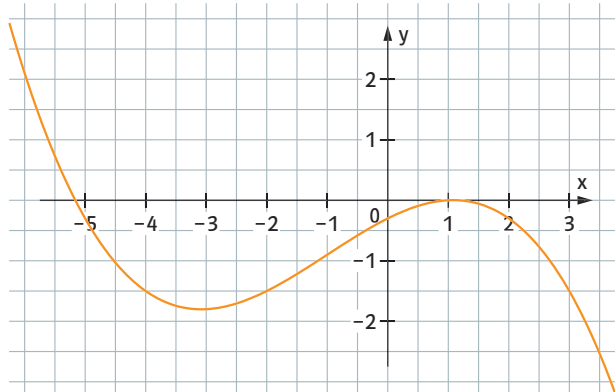
Der Graph von f ist ...	Der Graph von f' ist ...
<p>... streng monoton wachsend</p>  <p>Der Graph hier ist erst steil, dann wird er flacher.</p>	<p>... überall größer Null, d.h. er verläuft oberhalb der x-Achse (kurz: $f'(x) > 0$)</p>  <p>Der Graph hier ist weiter weg von der Null und nähert sich ihr immer mehr an.</p>
<p>... streng monoton fallend</p>  <p>Der Graph hier ist erst steil, dann wird er flacher.</p>	<p>... überall kleiner Null, d.h. er verläuft unterhalb der x-Achse (kurz: $f'(x) < 0$)</p>  <p>Der Graph hier ist weiter weg von der Null und nähert sich ihr immer mehr an.</p>

Der Graph heißt monoton wachsend, wenn gilt: $f'(x) \geq 0$

Der Graph heißt monoton fallend, wenn gilt: $f'(x) \leq 0$

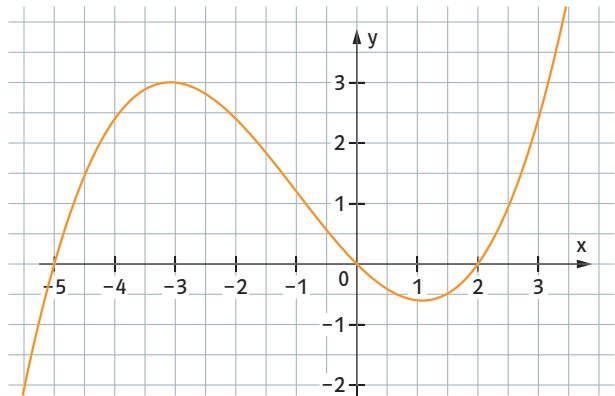
13

Gegeben ist der Graph einer Funktion f .
 Markiere alle Bereiche, in denen der Graph von f streng monoton wächst bzw. streng monoton fällt.



14

Die Abbildung zeigt den Graphen von f . Welche Aussagen sind wahr, welche falsch? Kreuze an und begründe deine Entscheidung.



Aussage	richtig	falsch	Begründung
a) Für $-5 < x < 0$ ist der Graph von f' oberhalb der x -Achse.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
b) Für $x = -3$ hat der Graph von f' eine Nullstelle mit Vorzeichenwechsel.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
c) Für $0 < x < 2$ verläuft der Graph von f' unterhalb der x -Achse.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
d) Für $x < -3$ verläuft der Graph von f' oberhalb der x -Achse.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
e) Für $-3 < x < 1$ verläuft der Graph von f' unterhalb der x -Achse.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
f) Für $x > 1,5$ verläuft der Graph von f' oberhalb der x -Achse.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	