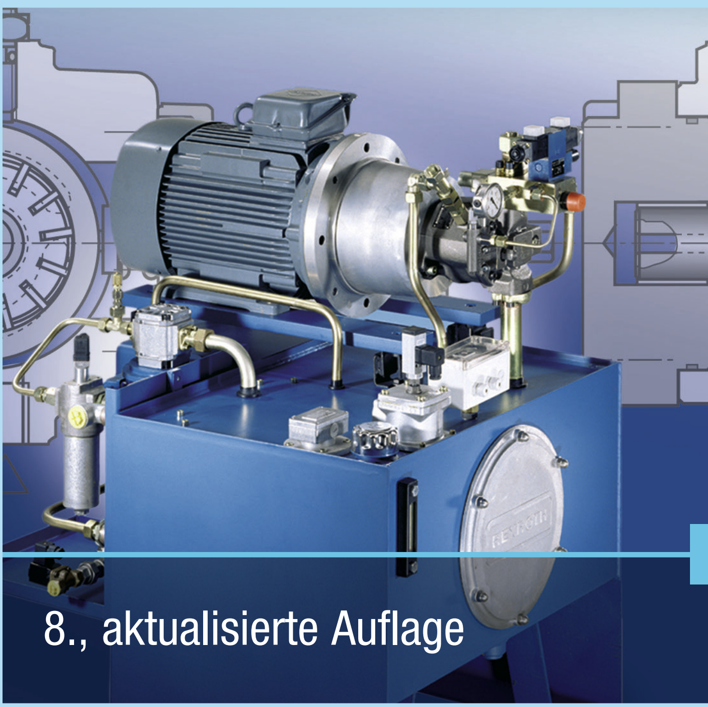
Horst-W. Grollius

Grundlagen der Hydraulik



8., aktualisierte Auflage

HANSER

und Farbe erhalten, ohne sich mit dem umgebenden Wasser zu mischen. Der Maximalwert der Strömungsgeschwindigkeit befindet sich in der Mitte des Rohres; es bildet sich ein parabolisches Geschwindigkeitsprofil aus.
Bei der **turbulenten Strömung** (Bild 2.10, rechts) bewegt sich die strömende Flüssigkeit nicht mehr in geordneten Schichten wie bei der laminaren Strömung. Der axial (in Richtung der Rohrachse) verlaufenden Hauptströmung überlagern sich jetzt an allen Stellen regellos auftretende Längs- und Querbewegungen, die zu einer verwirbelten Strömung (Wirbelströmung) führen. Die Strömung wird dadurch mehr oder weniger stark durchmischt. Es bildet sich ein fast gleich bleibendes Geschwindigkeitsprofil über dem Rohrquerschnitt aus, das zur Rohrwand hin steil abfällt. In Rohrwandnähe befindet sich eine dünne Schicht, in der die Strömung laminar verläuft. Diese Schicht mit der Dicke δ wird **laminare Unterschicht** genannt.

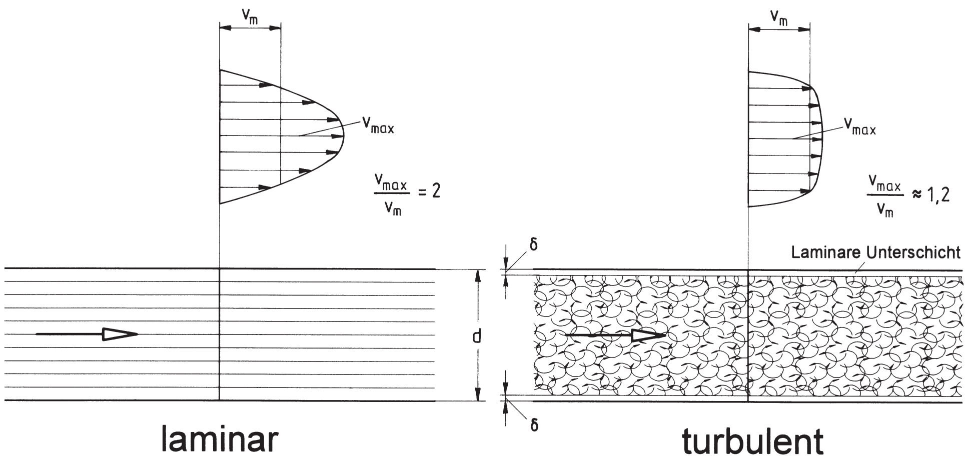


Bild 2.10: Laminare und turbulente Rohrströmung

Mittels einer nach Reynolds benannten Kennzahl, der **Reynolds-Zahl** Re, kann festgestellt werden, welche Strömungsform – laminar oder turbulent – in einem geraden Rohr mit kreisförmigem Querschnitt vorliegt. Die Definition der Reynolds-Zahl lautet hierfür

$$Re = \frac{\upsilon \cdot d}{\nu}. \tag{2.50}$$

Darin bedeuten υ die (mittlere) Strömungsgeschwindigkeit, d der Innendurchmesser des Rohres und ν die kinematische Viskosität der Flüssigkeit.

Hinweis: Auf den Begriff der kinematischen Viskosität wird in Abschnitt 2.10 eingegangen.

Der **Umschlag** von der laminaren in die turbulente Strömung erfolgt in geraden Rohren mit Kreisquerschnitt bei der **kritischen Reynolds-Zahl** $Re_{\text{krit}} = 2320$.

Aus Gl. (2.50) lässt sich unter Verwendung von $Re_{\text{krit}} = 2320$ die **kritische Geschwindigkeit** υ_{krit}, also die Geschwindigkeit, bei der der Übergang von der laminaren in die turbulente Strömung erfolgt, berechnen. Es ist

$$\upsilon_{\text{krit}} = \frac{Re_{\text{krit}} \cdot \nu}{d}. \tag{2.51}$$

2.10 Viskosität

Nach Bild 2.11 wird eine auf einer Flüssigkeitsschicht der Dicke h aufliegende Platte der Fläche A mit konstanter Geschwindigkeit υ parallel zu einer stillstehenden Wand bewegt.

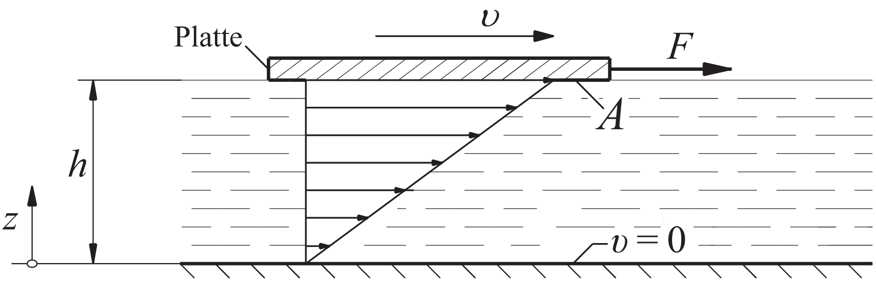


Bild 2.11: Zum newtonschen Reibungsgesetz

Zum Aufrechterhalten der Bewegung ist die Kraft F erforderlich. Zwischen Platte und stillstehender Wand bildet sich bei nicht zu großer Schichtdicke h ein lineares Geschwindigkeitsgefälle aus. Die von Newton gefundene Gesetzmäßigkeit

$$\frac{F}{A} = \tau = \eta\,\frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}z}. \tag{2.52}$$

ist als **newtonsches Reibungsgesetz** bekannt.

Hierin bedeuten τ die Reibungsschubspannung und η die dynamische Viskosität der Flüssigkeit, die als Stoffgröße ein Maß für die durch innere Reibung erschwerte Verschiebbarkeit der Flüssigkeitsteilchen gegeneinander darstellt. Die für die Verschiebung aufgewendete Arbeit wird in Wärme umgewandelt.
Die Einheit der dynamischen Viskosität η ist $\mathrm{N \cdot s/m^2}$.
Die Definition der in der Hydraulik auch verwendeten **kinematischen Viskosität** lautet

$$\nu = \frac{\eta}{\varrho} \tag{2.53}$$

mit der Einheit m^2/s. Zur Berechnung der Reynolds-Zahl *Re* [siehe Gl. (2.50)] wird ν benötigt.
Bild 2.12 zeigt beispielhaft das für Hydrauliköle typische **Viskositäts-Temperatur-Druck-Verhalten** (V-T-D-Verhalten): Die Viskosität nimmt mit steigendem Druck zu und mit steigender Temperatur ab.

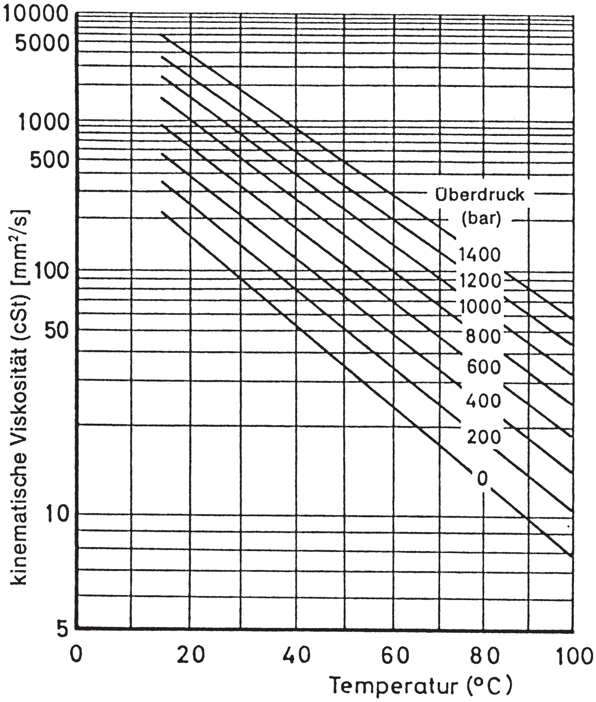


Bild 2.12: V-T-D-Verhalten eines paraffinbasischen Hydrauliköls (*Shell*)

2.11 Druckverluste in Rohren, Formstücken und Ventilen

Bei der reibungsfreien Strömung einer Flüssigkeit ist die sich aus Druckenergie, kinetischer Energie und potenzieller Energie zusammensetzende Gesamtenergie (Strömungsenergie) konstant. Dies kommt in Form der **Bernoulli-Gleichung** [Gl. (2.42)] zum Ausdruck.
Bei der Strömung realer (reibungsbehafteter) Flüssigkeiten wird aufgrund des Einflusses der Viskosität ein Teil der Strömungsenergie in Wärmeenergie umgewandelt, die technisch nicht genutzt werden kann und deshalb auch mit Verlustenergie bzw. Strömungsverlust bezeichnet wird.
Die potenzielle Energie und die kinetische Energie können von Strömungsverlusten nicht betroffen werden, da die Ortshöhen durch die Reibung nicht verändert werden und die Strömungsgeschwindigkeiten nach der Kontinuitätsglei-

chung vorgegeben sind. Von Verlusten durch Reibungseinflüsse kann deshalb nur die Druckenergie betroffen werden.
Die auf Gl. (2.44) aufbauende Gleichung lautet für ein von einer realen Flüssigkeit durchströmtes Rohr konstanten Querschnittes bei Betrachtung zweier Strömungsquerschnitte (Bild 2.13).

$$\varrho\,\frac{v_1^2}{2} + \varrho \cdot g \cdot z_1 + p_1 = \varrho\,\frac{v_2^2}{2} + \varrho \cdot g \cdot z_2 + p_2 + \Delta p_{\mathrm{R}}. \tag{2.54}$$

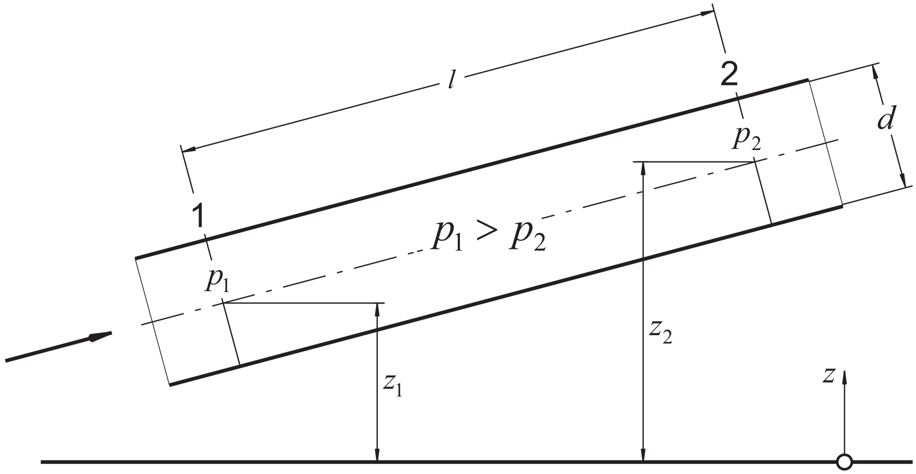


Bild 2.13: Zum Druckverlust in einem Rohr mit über der Länge konstantem Querschnitt

In Gl. (2.54) ist Δp_{R} der durch Reibungseinflüsse verursachte Druckverlust, der ein Maß für den in Wärmeenergie umgewandelten Strömungsverlust darstellt. Nach Prandtl gilt für **inkompressible**, **stationäre** und **isotherme** Strömung

$$\Delta p_{\mathrm{R}} = \lambda_{\mathrm{R}}\,\frac{l}{d}\,\frac{\varrho \cdot v^2}{2} \tag{2.55}$$

mit λ_{R} als **Rohrreibungszahl**.

Die Umstellung der Gl. (2.54) ergibt

$$p_1 - p_2 = \frac{\varrho}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right) + \varrho \cdot g\,(z_2 - z_1) + \Delta p_{\mathrm{R}}. \tag{2.56}$$

Für das nach Bild 2.13 mit über der Länge konstantem Querschnitt ausgeführte Rohr gilt nach der Kontinuitätsgleichung

$$v_1 = v_2. \tag{2.57}$$

Damit wird aus Gl. (2.56)

$$p_1 - p_2 = \varrho \cdot g\,(z_2 - z_1) + \Delta p_{\mathrm{R}}. \tag{2.58}$$

Diese Gleichung zeigt, dass die zwischen zwei Strömungsquerschnitten vorliegende Druckdifferenz $p_1 - p_2$ bei einem Rohr mit über der Länge konstantem Querschnitt von den Ortshöhen z_1 und z_2, der Dichte der Flüssigkeit ϱ, der Erdbeschleunigung g und dem durch Reibungseinflüsse verursachten Druckverlust Δp_R bestimmt wird.
Bei einem waagerecht verlegten Rohr ($z_1 = z_2$) mit über der Länge konstantem Querschnitt wird nach Gl. (2.58) die zwischen zwei Strömungsquerschnitten vorliegende Druckdifferenz $p_1 - p_2$ gleich dem durch Reibungseinflüsse verursachten **Druckverlust**:

$$p_1 - p_2 = \Delta p_R = \lambda_R \, \frac{l}{d} \, \frac{\varrho \cdot v^2}{2}. \qquad (2.59)$$

Für die in der Hydraulik normalerweise vorkommenden Reynolds-Zahlen, die im Bereich $600 < Re < 60\,000$ liegen, bedient man sich zur Ermittlung der Rohrreibungszahl λ_R des in Bild 2.14 dargestellten Diagramms bzw. der Gleichungen, die diesem Diagramm zugrunde liegen.

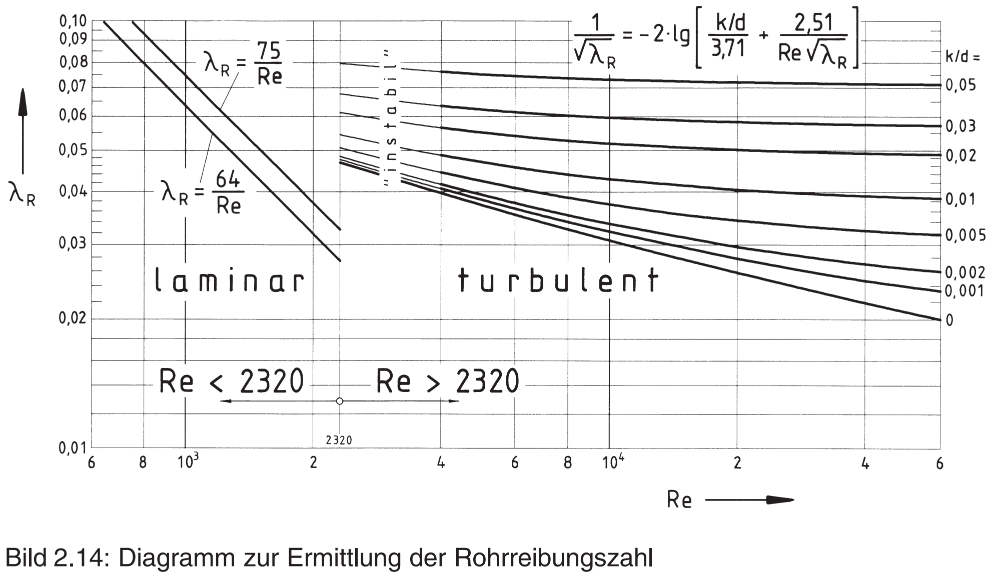


Bild 2.14: Diagramm zur Ermittlung der Rohrreibungszahl

Bei laminarer Strömungsform wird meist die Beziehung

$$\lambda_R = \frac{64}{Re} \qquad (2.60)$$

zur Berechnung der Rohrreibungszahl λ_R in Abhängigkeit der Reynolds-Zahl Re verwendet. Gl. (2.60) gilt allerdings unter der Voraussetzung, dass die Strömung **isotherm** (T = konst.) verläuft, d. h. ohne Temperaturzu- oder Temperaturabnahme. Da bei der Strömung von Flüssigkeiten durch Rohre von Hydro-