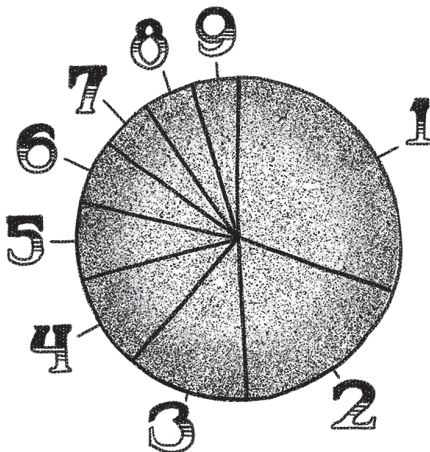


Wir haben beobachtet. Wir haben festgestellt. Jetzt heißt es: nachdenken, analysieren und Schlüsse ziehen. Die Daten haben wir gesammelt, nehmen wir sie nun genauer unter die Lupe.

Im März 1938 veröffentlichte der US-amerikanische Ingenieur und Physiker Frank Benford *The Law of Anomalous Numbers* (Das Gesetz der anomalen Zahlen). In dem Artikel untersuchte er numerische Daten aus über zwanzigtausend verschiedenartigen Erhebungen. In seinen Tabellen findet man etwa die Länge der Flüsse der Welt, die Bevölkerungszahlen verschiedener amerikanischer Städte, die Masse der bekannten Atome, zufällig aus Informationsbroschüren entnommene Zahlen oder auch mathematische Konstanten. Und bei allen diesen Daten macht Benford die gleiche Beobachtung wie wir: Die ersten Ziffern sind nicht gleichmäßig verteilt. Etwa 30 % der Zahlen beginnen mit einer 1, 18 % mit einer 2. Der Prozentsatz nimmt stetig ab, bis wir bei der Ziffer 9 anlangen, mit der nur 5 % der Werte beginnen.

Benford ist nicht auf die Idee gekommen, seine Statistik im Supermarkt zu überprüfen. Aber Sie werden zugeben, dass seine Resultate den unseren auffällig ähneln. Natürlich weicht die prozentuale Verteilung etwas ab, aber im Ganzen ist die Übereinstimmung doch frappierend.



Benfords Studie beweist, dass die von uns gesammelten Daten kein Einzelereignis sind. Sie sind nicht spezifisch für die Funktionsweise eines Supermarkts, sondern fügen sich in eine viel weitreichendere Tendenz ein. Nach der Veröffentlichung von Benfords Artikel beobachteten viele Wissenschaftler ebendiese Verteilung in zahlreichen, ganz unterschiedlichen Kontexten.

So zum Beispiel in der Demografie. Von den 203 Ländern, die unser Planet Erde zählt, haben 62, also 30,5 %, eine Bevölkerungsmenge, die mit einer 1 beginnt – vom bevölkerungsreichsten Land China mit 1,4 Milliarden Menschen über Mexiko mit 122 Millionen Menschen, dem Senegal mit 13 Millionen bis zum Inselstaat Tuvalu mit 10 800 Einwohnern. Dagegen gibt es nur 14 Länder, deren Bevölkerungszahl mit einer 9 beginnt – das entspricht 6,9 %.

Oder bevorzugen Sie die Astronomie? Von den acht Planeten, welche die Erde umkreisen, haben vier einen äquatorialen Durchmesser, der mit einer 1 beginnt. Jupiter misst 142 984 Kilometer, Saturn 120 536, die Erde 12 756, Venus 12 104. Die Sonne hat einen Äquator von 1 392 000 km. Falls Ihnen eine Probe aus neun Himmelskörpern zu klein erscheint, können wir gerne Zwergplaneten, Satelliten, Asteroiden und Kometen hinzufügen und gelangen doch zur selben Feststellung: Die 1 überwiegt.

Wenn man einmal auf das Phänomen aufmerksam geworden ist, hagelt es Beispiele. Man nehme eine Liste mit Zahlen aus einem beliebigen Kontext, schaue sich die ersten Ziffern an und wieder steht es einem vor Augen. Die Benford-Verteilung taucht immer und überall auf. Weit entfernt davon, eine Ausnahme zu sein, erscheint sie als natürliche, allgegenwärtige statistische Regel. Und paradoxerweise ist die gleichmäßige Verteilung, die uns doch viel selbstverständlicher und intuitiver vorkommen könnte, offenbar nicht in der Welt vorhanden.

Angesichts dieser Größenordnung können wir also nicht mehr von einer Absonderlichkeit im Supermarkt sprechen. Was wir hier entdeckt haben, ist eine vollwertige Regel, die nicht nur in zahlreichen menschlichen Tätigkeitsfeldern auftaucht, sondern der Natur

selbst innewohnt und ihren innersten Aufbau bestimmt. Mit ihrer Entdeckung gewinnen wir einen tiefen Einblick in unsere Welt und ihre Funktionsweise.

Der Einfluss der Benford-Verteilung ist so stark, dass wir sie reproduzieren, ohne uns dessen bewusst zu sein. Die Menschen, die in Supermärkten die Preise festlegen, sprechen sich nicht ab und haben meist noch nie von einem Frank Benford gehört. Und doch – als würden sie von einer Macht gelenkt, die größer ist als sie – folgen sie dieser Regel. Genauso wie die Einwohnerzahl der Länder, die Länge der Flüsse und der Durchmesser der Planeten.

1938 nannte Frank Benford die von ihm beobachtete Verteilung das «Gesetz der anomalen Zahlen». Doch ist das Gesetz so allgegenwärtig, dass der Name uns unpassend erscheint. Eine Anomalität ist immer subjektiv, sie existiert nur für diejenigen, die sich darüber wundern. Für die Natur dagegen ist die Verteilungsregel offenbar selbstverständlich und vollkommen gebräuchlich. Das Benfordsche Gesetz ist nur so lange anomal, wie wir es nicht verstanden haben. Und wir haben die ernste Absicht, es zu verstehen.

In welche Richtung geht es nun weiter? Wie können wir den Schleier der Anomalität heben und das Rätsel in eine Tatsache verwandeln?

Das Benfordsche Gesetz ist nicht schwer zu verstehen, aber es ist auch nicht in wenigen Zeilen erklärt. Die zugrunde liegende Mathematik ist einfach, aber tiefschürfend. Hier wird keine Aha-Lösung angeboten à la: «Ach, so ist das! Jetzt hab ich's!»

Nein, wir müssen unser Verständnis der Zahlen und unsere Art zu zählen ganz neu denken. Wenn uns das Benfordsche Gesetz nicht einleuchtet, dann deshalb, weil wir in die falsche Richtung denken. Wir müssen lernen, mit anderen Augen auf das zu schauen, was uns wohlbekannt vorkommt. Wir müssen uns selbst infrage stellen.

Eine Reise in die Welt, die uns Frank Benford eröffnet, übersteht man nicht unbeschadet. Sein Gesetz verändert uns. Wenn Sie es einmal begriffen haben, wird Ihre Denkweise eine andere sein.

## ***Multiplikatives Denken***

Viele Situationen im Alltagsleben raunen uns insgeheim zu, dass wir mit Zahlen Probleme haben. Dass da irgendetwas hakt.

An dieser Stelle möchte ich eine kleine Anekdote erzählen.

Vor einigen Jahren saß ich mit Freunden bei einem Spieleabend und es kam die Idee auf, uns selbsterdachte Quizfragen aus der Welt der Wissenschaft zu stellen. Es wurden also zwei Teams gebildet und wir testeten gegenseitig unser Wissen – von der Mathematik über die Biologie und Informatik bis zur Geologie. Für jede Frage überlegten sich beide Teams eine Antwort, und diejenigen, die der richtigen Lösung am nächsten waren, bekamen den Punkt. Einfache, eindeutige Spielregeln also. So schien es zumindest, bis nach einigen Runden eine astronomische Frage eine unerwartete Auseinandersetzung hervorrief.

Die Frage lautete, wie groß der Abstand zwischen Erde und Mond sei.

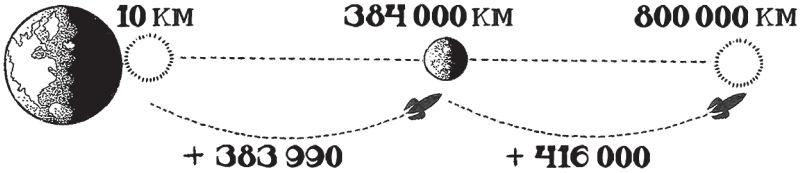
In unserem Team kannte niemand die exakte Antwort, aber nach einer kurzen Besprechung einigten wir uns schließlich auf 800 000 km. Im gegnerischen Team schien es zu größeren Diskussionen zu kommen, dann aber verkündete man auf einen Schlag die Antwort: 10 km!

Offenbar kannte die andere Seite sich noch weniger mit Astronomie aus als wir. Der Gipfel des Mount Everest, des höchsten Bergs der Erde, liegt auf knapp 9 km. Wenn der Mond nur 10 km entfernt wäre, könnte man den Erdrabanten dort oben gleichsam berühren! Eine absurde Antwort. Den Punkt sah ich klar bei uns.

Doch die Auflösung erwies sich als ziemlich beunruhigend. Tatsächlich ist der Mond 384 000 km von der Erde entfernt. Durch einfache Subtraktion stellte sich heraus, dass wir uns um 416 000 km vertan hatten, während das gegnerische Team nur 383 990 km danebenlag.

Ich blinzelte ungläubig und rechnete alles noch einmal im Kopf

durch: Es stimmte. Ich machte sogar eine kleine Zeichnung auf einer Papierserviette, um mich endgültig zu überzeugen.



Es gab keinen Zweifel: Die Antwort des anderen Teams war näher an der Wahrheit als unsere. Sie hatten gewonnen. Ich musste die Rechnung noch mehrmals im Kopf durchgehen, doch es war nichts einzuwenden. Die Mathematik hatte ein klares Urteil gesprochen.

Aber finden Sie nicht auch, dass die Situation etwas Ungerechtes hat? Mag sein, dass ich wie ein schlechter Verlierer dastehe, aber haben Sie nicht auch den Eindruck, dass unsere Antwort trotz der eindeutigen Zahlen die überlegtere war? Sie war doch viel gerechtfertigter und im gewissen Sinne weniger falsch als die der anderen.

Warum kommt es uns in diesem Fall so vor, als würde die Mathematik uns widersprechen? Warum entscheidet das Rechenergebnis für die weniger einleuchtende Antwort?

Vielleicht lautet die angemessenere Frage: Haben wir die Mathematik, deren wir uns bedienen, eigentlich richtig begriffen? Denn die Mathematik irrt sich nie – es ist nur so, dass die Menschen sie manchmal unpassend anwenden.

Wenn man ein bisschen gräbt, fallen einem viele ähnlich geartete Situationen ein. Eine Katze zum Beispiel ist im Durchschnitt 25 cm groß, ein Labrador etwa 60 cm, und bestimmte Bakterien messen ein Tausendstel Millimeter. Man kann also sagen, dass eine Katze größtmäßig näher an einem Bakterium ist als an einem Labrador. Denn zwischen der Katze und dem Bakterium sind es 25 cm Unterschied, zwischen der Katze und dem Hund aber 35 cm.