

Anzahl damals noch geheimnisvoller reeller Zahlen waren.

– Bei der «imaginären Einheit» i , die als Wurzel aus -1 definiert ist, hörte auch für viele Mathematiker der Spaß auf.

Es kann einem schwindlig werden. So viele verschiedene Zahlen! So viele unterschiedliche Sorten von Zahlen! Man reibt sich die Augen und fragt verwundert:

- Hört das eigentlich nie auf?
- Braucht man all diese Zahlen?
- Ist die Definition einer Zahl abhängig von der Zeit, in der sie gemacht wird?

Neben einigen Antworten auf die Eingangsfrage zeigt dieses Buch auch,
– welchen Reichtum an Erfahrungsmöglichkeiten die Zahlen bieten,
– was man alles mit Zahlen beschreiben kann,

- welche erstaunlichen Anwendungen Zahlen haben,
- welche Zahlen besonders faszinierend sind und
- welche Geheimnisse die Zahlen immer noch in sich bergen.

1. Natürliche Zahlen

*Die Zahlen sind freie Schöpfungen
des menschlichen Geistes,
sie dienen als Mittel,
um die Verschiedenheit der Dinge
leichter und schärfer aufzufassen.
Richard Dedekind, Was sind
und was sollen Zahlen? (1888)*

1.1 Zählen

Der Zahlensinn ist uns Menschen angeboren. Allerdings ist das nichts spezifisch Menschliches, auch Tiere haben einen Zahlensinn. Bei vielen höher entwickelten Tieren ließ sich nachweisen, dass diese mit

Zahlen umgehen können: Sie können gleiche Anzahlen erkennen und größere Mengen von kleineren unterscheiden. Offenbar ist es ein Vorteil im Überlebenskampf, wenn man Mengen ihrer Größe nach unterscheiden kann.

Tiere haben einen Zahlensinn, aber sie können nicht zählen. Diese Aktivität ist an eine differenzierte Sprache gekoppelt und deshalb dem Menschen vorbehalten. Aber sie ist ihm nicht angeboren. Jeder Mensch muss das Zählen lernen. Das Zahlenverständnis eines Neugeborenen unterscheidet sich nicht wesentlich von dem eines Huhns. Wir kommen mit einer Fähigkeit, gewisse Mengen der Größe nach abschätzen zu können, auf die Welt. Alles andere müssen wir mühsam erlernen.

Wenn wir das nicht lernen, bleiben wir bei dem «eins, zwei, viele» stehen. Immer wieder wird von «primitiven» Völkern berichtet, die nur für die Zahlen Eins und Zwei Wörter haben.

Kleine Anzahlen können wir auf einen Blick erfassen. Bei fünf oder weniger Gegenständen gelingt es uns, die Anzahl zu bestimmen, ohne zu zählen. Bei größeren Anzahlen ist das nur möglich, wenn die Objekte als Muster angeordnet sind.

Spätestens als die Menschen sesshaft wurden, wurde es wichtig, größere Anzahlen exakt festhalten zu können. Es gibt einige spärliche Hinweise auf Zahlendarstellungen, die 20 000 bis 30 000 Jahre alt sind: Man hat Knochen gefunden, auf denen Zahlen in Form von zahlreichen Einkerbungen festgehalten wurden. Die ersten brauchbaren Systeme, mit denen man auch große Zahlen sinnvoll erfassen konnte, stammen von den Babyloniern (ca. 2000 v. Chr.; siehe Kapitel 2).

Vermutlich noch älter als die Zahlennotation ist das Zählen. Es basiert auf dem Erlebnis der Rhythmen der Welt und deren sprachlicher Erfassung. Das Leben wird durch