



Gut
erklärt!
LERN-
VIDEOS



Mathematik-KOMPAKT

Haupt-/Mittelschule



STARK

Beispiel Ist die Zahl 2 154 durch 3 und durch 9 teilbar?

Begründe.

Lösung:

Quersumme = $2 + 1 + 5 + 4 = 12$

Die Quersumme der Zahl und damit auch die Zahl selbst ist durch **3**, aber nicht durch 9 teilbar.

Durch Kombination der Endstellen- und der Quersummenregeln kann man auch die Teilbarkeit durch andere Zahlen überprüfen.

Beispiel Die **Teilbarkeit durch $6 = 2 \cdot 3$** ergibt sich, wenn die Zahl durch 2 und durch 3 teilbar ist. Eine natürliche Zahl ist also durch 6 teilbar, wenn ihre Endziffer 0, 2, 4, 6 oder 8 ist und wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.

72 (Endziffer 2; Quersumme $7 + 2 = 9$) \Rightarrow 72 ist durch 6 teilbar.

5 Primzahlen

Eine **natürliche Zahl** heißt **Primzahl**, wenn sie **genau zwei Teiler** besitzt. Die Zahl 1 hat nur einen Teiler, daher ist 1 keine Primzahl. Die kleinste und gleichzeitig die einzige gerade Primzahl ist 2.

Die Primzahlen zwischen 1 und 100

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31
37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79
83	89	97								

Die Teilmengen T_p einer **Primzahl p** enthält nur die Elemente 1 und p , also $T_p = \{1; p\}$.

Beispiel $T_7 = \{1; 7\}$

6 Römische Zahlen

Folgende Ziffern werden in der römischen Zahlendarstellung verwendet. Es gibt kein Zeichen für die Null.

Römische Ziffern

Die **Hauptzeichen** sind Stufenzahlen des Zehnersystems:

römisch	I	X	C	M
dezimal	1	10	100	1 000

Die Hälften der drei größten römischen Ziffern sind die **Nebenzeichen**:

römisch	V	L	D
dezimal	5	50	500

Im Gegensatz zu unserem Zehnersystem ist das römische Zahlensystem kein Stellenwertsystem, sondern ein **Additionssystem**. Es gelten folgende Regeln:

Regeln für römische Zahlzeichen

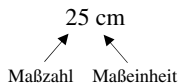
- Bei absteigenden Werten der Zahlzeichen von links nach rechts werden die Werte addiert.
- Steht ein Zahlzeichen mit geringerem Wert links von einem Zeichen mit höherem Wert, wird das kleinere vom größeren subtrahiert.
- Es werden höchstens drei gleiche Hauptzeichen hintereinander notiert.
- Nebenzeichen werden nicht wiederholt.

1. $XI = 10 + 1 = 11$
2. $IX = 10 - 1 = 9$
3. $LXXXVIII = 50 + 10 + 10 + 10 + 5 + 1 + 1 + 1 = 88$
4. $XCIX = (100 - 10) + (10 - 1) = 90 + 9 = 99$
5. $MCDXIX = 1\ 000 + (500 - 100) + 10 + (10 - 1) = 1\ 419$

Beispiel

7 Größen

Größen werden in der Mathematik mithilfe von **Maßzahl** und **Maßeinheit** ausgedrückt. Für die Maßeinheiten werden meist Abkürzungen verwendet.



Längenmaße

Kilometer (km), Meter (m), Dezimeter (dm), Zentimeter (cm), Millimeter (mm)

- 1 km = 1 000 m \longrightarrow Umrechnungszahl **1 000**
 - 1 m = 10 dm
 - 1 dm = 10 cm
 - 1 cm = 10 mm
- } \longrightarrow Umrechnungszahl **10**

Beispiel

Wandle 23 cm in die nächstkleinere Einheit um.

Lösung:

$$23 \text{ cm} = (23 \cdot \mathbf{10}) \text{ mm} = 230 \text{ mm}$$

Multipliziere die Maßzahl mit der passenden Umrechnungszahl.

Flächenmaße

Quadratkilometer (km²), Hektar (ha), Ar (a), Quadratmeter (m²), Quadratdezimeter (dm²), Quadratzentimeter (cm²), Quadratmillimeter (mm²)

- 1 km² = 100 ha
 - 1 ha = 100 a
 - 1 a = 100 m²
 - 1 m² = 100 dm²
 - 1 dm² = 100 cm²
 - 1 cm² = 100 mm²
- } \longrightarrow Umrechnungszahl **100**

Beispiel

Rechne 350 dm² in die nächstgrößere Einheit um.

Lösung:

$$350 \text{ dm}^2 = (350 : \mathbf{100}) \text{ m}^2 = 3,5 \text{ m}^2$$

Dividiere die Maßzahl durch die Umrechnungszahl.

Raummaße

Kubikmeter (m^3), Kubikdezimeter (dm^3), Kubikzentimeter (cm^3), Kubikmillimeter (mm^3)

- $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3$
 - $1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$
 - $1 \text{ cm}^3 = 1\,000 \text{ mm}^3$
- } \longrightarrow Umrechnungszahl **1 000**

Gib 854 dm^3 in m^3 an.

Lösung:

$$854 \text{ dm}^3 = (854 : \mathbf{1\,000}) \text{ m}^3 \\ = 0,854 \text{ m}^3$$

Dividiere die Maßzahl durch die Umrechnungszahl.

Beispiel

Hohlmaße

Hektoliter (hl), Liter (ℓ), Milliliter (ml)

- $1 \text{ hl} = 100 \ell$ \longrightarrow Umrechnungszahl **100**
- $1 \ell = 1\,000 \text{ ml}$ \longrightarrow Umrechnungszahl **1 000**

Gib 25 hl in ℓ an.

Lösung:

$$25 \text{ hl} = (25 \cdot \mathbf{100}) \ell = 2\,500 \ell$$

Multipliziere die Maßzahl mit der passenden Umrechnungszahl.

Beispiel

Zwischen den Raummaßen und den Hohlmaßen besteht folgender Zusammenhang:

$$\mathbf{1 \text{ dm}^3 = 1 \ell}$$

Raummaße werden in der Regel für Festkörper verwendet, Hohlmaße für Gase oder Flüssigkeiten.

Wie viele Liter sind $2\,400 \text{ cm}^3$?

Lösung:

$$2\,400 \text{ cm}^3 = (2\,400 : \mathbf{1\,000}) \text{ dm}^3 \\ = 2,4 \text{ dm}^3$$

Um in Liter umzuwandeln, rechnest du am besten zuerst in Kubikdezimeter um.

$$2,4 \text{ dm}^3 = 2,4 \ell$$

$2\,400 \text{ cm}^3$ entsprechen $2,4 \ell$.

Beispiel

Gewichtsmaße

Tonne (t), Kilogramm (kg), Gramm (g), Milligramm (mg)

$$\left. \begin{array}{l} \bullet 1 \text{ t} = 1\,000 \text{ kg} \\ \bullet 1 \text{ kg} = 1\,000 \text{ g} \\ \bullet 1 \text{ g} = 1\,000 \text{ mg} \end{array} \right\} \longrightarrow \text{Umrechnungszahl } \mathbf{1\,000}$$

Beispiel

Wie viele Tonnen sind 135 000 g?

Lösung:

$$135\,000 \text{ g} = (135\,000 : \mathbf{1\,000}) \text{ kg} \\ = 135 \text{ kg}$$

$$135 \text{ kg} = (135 : \mathbf{1\,000}) \text{ t} = 0,135 \text{ t}$$

135 000 g sind 0,135 t.

Rechne schrittweise um. Um von der kleineren in die nächstgrößere Einheit umzuwandeln, musst du die Maßzahl jeweils durch die Umrechnungszahl dividieren.

Geldwerte

Euro (€), Cent (ct)

$$1 \text{ €} = 100 \text{ ct} \longrightarrow \text{Umrechnungszahl } \mathbf{100}$$

Beispiel

Gib das Ergebnis in € an.

$$4,05 \text{ €} + 250 \text{ ct} =$$

Lösung:

$$250 \text{ ct} = (250 : \mathbf{100}) \text{ €} = 2,50 \text{ €}$$

$$4,05 \text{ €} + 2,50 \text{ €} = 6,55 \text{ €}$$

Will man Größen addieren oder subtrahieren, muss man sie vorher in die gleiche Maßeinheit umrechnen. Wandle deshalb die Cent zuerst in Euro um und berechne dann das Ergebnis in Euro.

Zeitmaße

Jahr (a), Tag (d), Stunde (h), Minute (min), Sekunde (s)

$$\left. \begin{array}{l} \bullet 1 \text{ a} = 365 \text{ d} \\ \bullet 1 \text{ d} = 24 \text{ h} \\ \bullet 1 \text{ h} = 60 \text{ min} \\ \bullet 1 \text{ min} = 60 \text{ s} \end{array} \right\} \longrightarrow \begin{array}{l} \text{Umrechnungszahl } \mathbf{365} \\ \text{Umrechnungszahl } \mathbf{24} \\ \text{Umrechnungszahl } \mathbf{60} \end{array}$$