Gut erklärt! LERN-VIDEOS

Mechanik · Aufbau der Materie

Physik-KOMPAKT 1

Oberstufe

STARK

6 Das zugehörige **Zeit-Orts-Diagramm** ist eine nach oben ($a>0$) bzw. unten ($a<0$) offene **Parabel**. Ihr Scheitel liegt im Punkt:

$$\left(-\frac{v_0}{a}\,\middle|\, x_0-\frac{v_0^2}{2a}\right)$$

Begründung: Durch Ausklammern und anschließende quadratische Ergänzung transformiert man den quadratischen Term in die Scheitelform, aus der man die Scheitelkoordinaten ablesen kann:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}a\cdot t^2+v_0\cdot t+x_0&=\frac{1}{2}a\cdot\left(t^2+\frac{2v_0}{a}\cdot t+\frac{2x_0}{a}\right)\\&=\frac{1}{2}a\cdot\left(\left(t+\frac{v_0}{a}\right)^2+\frac{2x_0}{a}-\left(\frac{v_0}{a}\right)^2\right)\\&=\frac{1}{2}a\cdot\left(t+\frac{v_0}{a}\right)^2+x_0-\frac{v_0^2}{2a}\end{aligned}$$

7 Erfährt ein Massenpunkt auf einer Geraden zwischen den Orten x_0 und x die konstante orientierte Beschleunigung a und bezeichnen v bzw. v_0 seine Momentangeschwindigkeiten an den Orten x und x_0, so gilt die **Ort-Geschwindigkeits-Funktion**:

$$\mathbf{v^2-v_0^2=2a\cdot(x-x_0)}$$

Begründung: Löst man die Gleichung $v(t)=v_0+a\cdot t$ (→ 3|3) nach t auf und setzt in die Gleichung $x(t)=\frac{1}{2}a\cdot t^2+v_0\cdot t+x_0$ (→ 3|5) ein, erhält man:

$$\begin{aligned}x&=\frac{1}{2}a\cdot\left(\frac{v-v_0}{a}\right)^2+v_0\cdot\frac{v-v_0}{a}+x_0\\&=\frac{\frac{1}{2}(v^2-2\cdot v\cdot v_0+v_0^2)+v_0\cdot v-v_0^2}{a}+x_0\\&=\frac{\frac{1}{2}(v^2-v_0^2)}{a}+x_0\end{aligned}$$

$$\Rightarrow\quad v^2-v_0^2=2a\cdot(x-x_0)$$

Beispiel 1: Bremsdauer eines Pkws 8

Berechnen Sie die Bremsdauer eines Pkws, der gleichmäßig von $14\,\frac{m}{s}$ auf $2\,\frac{m}{s}$ abgebremst wird und dabei eine Strecke von 48 m zurücklegt.

Lösung:

Löst man Gleichung (→ 3|7) nach a auf und setzt die gegebenen Geschwindigkeiten sowie die Wegstrecke ein, erhält man für die Beschleunigung a:

$$v^2 - v_0^2 = 2a \cdot (x - x_0)$$

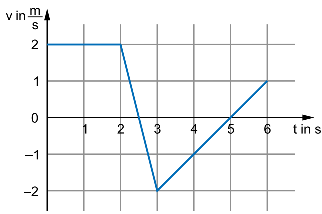
$$\Rightarrow \quad a = \frac{v^2 - v_0^2}{2(x - x_0)} = \frac{\left(2\,\frac{m}{s}\right)^2 - \left(14\,\frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 48\text{ m}} = -2\,\frac{m}{s^2}$$

Löst man die Gleichung (→ 3|3) nach t auf und setzt den für a berechneten Wert und die gegebenen Geschwindigkeiten ein, erhält man für die gesuchte Bremsdauer:

$$v(t) = v_0 + a \cdot t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v(t) - v_0}{a} = \frac{2\,\frac{m}{s} - 14\,\frac{m}{s}}{-2\,\frac{m}{s^2}} = 6\text{ s}$$

Beispiel 2: Bewegung eines Massenpunkts 9

Ein Massenpunkt befindet sich zum Zeitpunkt $t = 0$ s im Koordinatenursprung und bewegt sich für $0\text{ s} \le t \le 6\text{ s}$ entsprechend dem nebenstehenden t-v-Diagramm längs einer Geraden.



a) Welche Wegstrecke s legt er dabei insgesamt zurück?
b) Wo befindet er sich zum Zeitpunkt $t = 6$ s?

Lösung:

a) Die **zurückgelegte Wegstrecke s** entspricht nach (→ 1|5) der Summe der Flächeninhalte des
   - Trapezes mit den parallelen Seiten der Längen 2 s und 2,5 s und der Höhe $2\,\frac{m}{s}$:

$$A_1 = \frac{2\text{ s} + 2{,}5\text{ s}}{2} \cdot 2\,\frac{m}{s} = 4{,}5\text{ m}$$

- Dreiecks mit der Grundseite 2,5 s und der Höhe 2 $\frac{m}{s}$:

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 2{,}5\,s \cdot 2\,\frac{m}{s} = 2{,}5\,m$$

- Dreiecks mit der Grundseite 1 s und der Höhe 1 $\frac{m}{s}$:

$$A_3 = \frac{1}{2} \cdot 1\,s \cdot 1\,\frac{m}{s} = 0{,}5\,m$$

Also gilt:

$$s = 4{,}5\,m + 2{,}5\,m + 0{,}5\,m = 7{,}5\,m$$

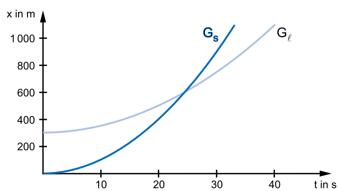
b) Der **Ort x(6 s)** entspricht nach (→ 1|5) der Flächenbilanz der Teilflächen:

$$x(6\,s) = A_1 - A_2 + A_3 = 4{,}5\,m - 2{,}5\,m + 0{,}5\,m = 2{,}5\,m$$

10 **Beispiel 3:** Überholvorgang

Zwei 300 m voneinander entfernte Fahrzeuge starten gleichzeitig aus der Ruhe heraus auf einer geraden Straße in dieselbe Richtung mit den konstanten Beschleunigungen 1 $\frac{m}{s^2}$ bzw. 2 $\frac{m}{s^2}$. Nach welcher Zeit und nach welcher Strecke überholt bei Vernachlässigung der Fahrzeuglängen das schnellere das langsamere Fahrzeug?

Lösung:



Befindet sich das schnellere Fahrzeug zu Beginn der Zeitrechnung im Koordinatenursprung, so lauten die Zeit-Orts-Funktionen der Fahrzeuge nach (→ 3|5) für

- das schnellere Fahrzeug:

$$x_s(t) = \frac{1}{2} \cdot 2\,\frac{m}{s^2} \cdot t^2 = 1\,\frac{m}{s^2} \cdot t^2$$

- das langsamere Fahrzeug:

$$x_\ell(t) = \frac{1}{2} \cdot 1\,\frac{m}{s^2} \cdot t^2 + 300\,m = 0{,}5\,\frac{m}{s^2} \cdot t^2 + 300\,m$$

Die Graphen dieser Funktionen sind im t-x-Diagramm dargestellt. Die Abszisse des Graphenschnittpunkts ist die Einholzeit, seine Ordinate der Einholweg des schnelleren Fahrzeugs.

Berechnung des Graphenschnittpunkts:

$$x_s(t) = x_\ell(t)$$

$$1\,\frac{m}{s^2}\cdot t^2 = 0{,}5\,\frac{m}{s^2}\cdot t^2 + 300\,m$$

$$\Rightarrow\quad 0{,}5\,\frac{m}{s^2}\cdot t^2 = 300\,m \quad\Rightarrow\quad t = \pm\sqrt{600\,s^2} \approx \pm 24{,}5\,s$$

Das schnellere Fahrzeug holt das langsamere nach 24,5 s ein. Setzt man dieses Ergebnis in $x_s(t)$ ein, ergibt sich der Einholweg zu 600 m.

4 Senkrechter Wurf

Mit den Gesetzen der geradlinig gleichmäßig beschleunigten Bewegung lassen sich alle Fall- und Wurfbewegungen beschreiben, bei denen sich ein Körper nur unter dem Einfluss seiner Gewichtskraft bewegt.

Die Erfahrung zeigt nämlich, dass unter diesen Voraussetzungen alle Körper am selben Ort die gleiche von ihrer Masse unabhängige, zum Erdmittelpunkt hin gerichtete, konstante Beschleunigung erfahren, deren Betrag mit dem **Ortsfaktor** g am Bewegungsort übereinstimmt. In Meereshöhe schwankt der numerische Wert von g wegen der Erdabplattung und der Erdrotation zwischen $9{,}78\,\frac{m}{s^2}$ am Äquator und $9{,}83\,\frac{m}{s^2}$ an den Polen. Zusätzlich hängt er auch von der Höhe des Versuchsorts über Normalnull ab. Im Mittel beträgt er in unseren Breiten $9{,}81\frac{m}{s^2}$. 1

Als 2
a) **freien Fall**
b) **senkrechten Wurf nach oben** bzw. **unten**

bezeichnet man die Bewegung, die ein Körper
a) aus der Ruhe heraus
b) mit einer senkrecht nach oben bzw. unten gerichteten Anfangsgeschwindigkeit vom Betrag v_0

nur unter dem Einfluss seiner Gewichtskraft ausführt.

3 Befindet der Körper sich am Bewegungsanfang im Ursprung eines eindimensionalen Koordinatensystems, das senkrecht von unten nach oben gerichtet ist, lauten die **Bewegungsgleichungen**

für den **freien Fall**:

a) $\mathbf{x(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2}$

b) $\mathbf{v(t) = -g \cdot t}$

c) $\mathbf{v^2 = -2g \cdot x}$

für den **senkrechten Wurf nach oben**:

d) $\mathbf{x(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot t}$

e) $\mathbf{v(t) = -g \cdot t + v_0}$

f) $\mathbf{v^2 - v_0^2 = -2g \cdot x}$

für den **senkrechten Wurf nach unten**:

g) $\mathbf{x(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 - v_0 \cdot t}$

h) $\mathbf{v(t) = -g \cdot t - v_0}$

i) $\mathbf{v^2 - v_0^2 = -2g \cdot x}$

Begründung: Die Bewegungsgleichungen ergeben sich unter Beachtung von $x_0 = 0$ unmittelbar aus (→ 3|3; 5; 7), wenn man

- $a = -g$ und $v_0 = 0$ setzt (freier Fall) bzw.
- $a = -g$ setzt (senkrechter Wurf nach oben) bzw.
- $a = -g$ setzt und v_0 durch $-v_0$ ersetzt (senkr. Wurf nach unten).

Die Beziehungen f und i unterscheiden sich dadurch, dass x und v bei i nur negative, bei f negative und positive Werte annehmen.

Beim **senkrechten Wurf nach oben** wird der **höchste Punkt** der Wurfbahn im Abstand 4

$$\mathbf{h_S = \frac{v_0^2}{2g}}$$

vom Abwurfort zum Zeitpunkt $\mathbf{t_S = \frac{v_0}{g}}$ erreicht.