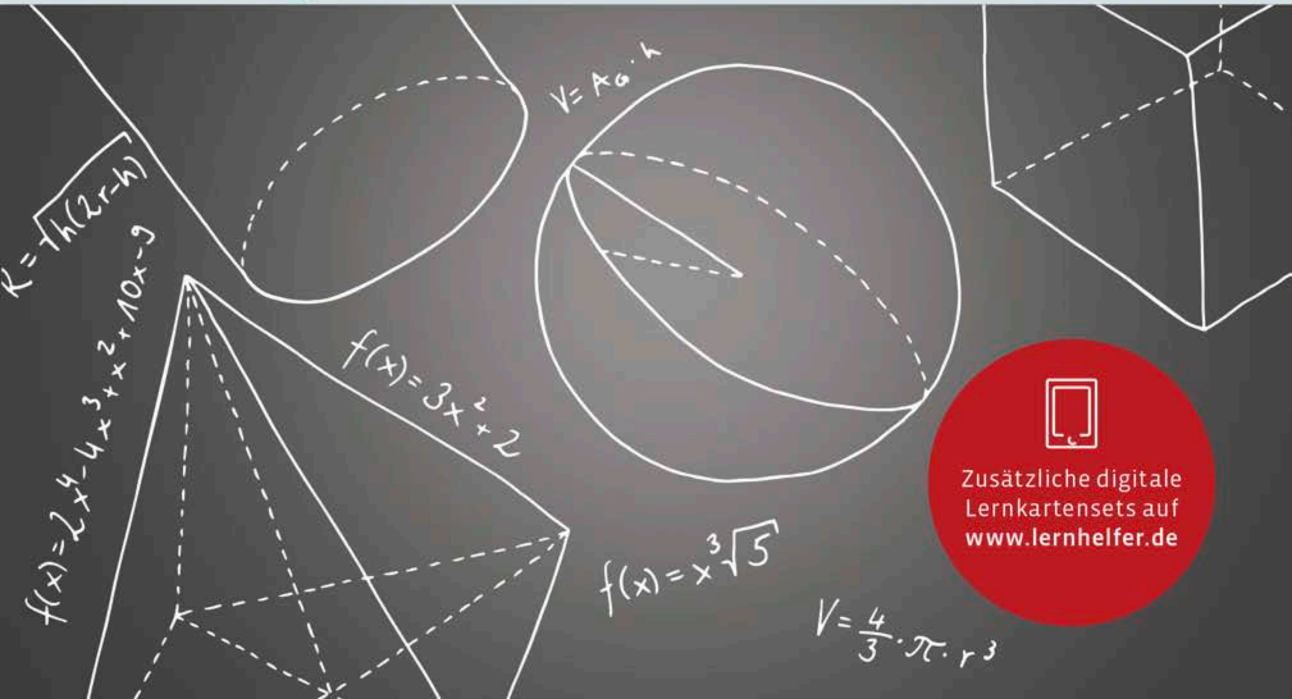
10. Klasse • Mathematik

DUDEN

WISSEN • ÜBEN • TESTEN

10. Klasse
Mathematik

Dein Weg zu besseren Noten!



Zusätzliche digitale Lernkartensets auf www.lernhelfer.de

AUFGABE 5 **Zeichne die Graphen der angegebenen Funktionen in dein Übungsheft. Überlege zunächst, welche Informationen aus der Funktionsgleichung dir beim Zeichnen behilflich sein können (vgl. Aufgabe 4).**

a) $f(x) = 2x^2 - 1$
b) $g(x) = (x + 1)^2 + 1$
c) $h(x) = (x - 2)(x + 3)$
d) $i(x) = x^2 - 5x - 6$

AUFGABE 6 **Zerlege den quadratischen Term in Linearfaktoren.**

a) $x^2 + 2x - 15$
b) $x^2 - 3$
c) $3x^2 + 2x - 1$

AUFGABE 7 **Bestimme die Lösungsmenge der Wurzelgleichungen.**

a) $\sqrt{x} = 8$
$L = \{ \quad \}$

b) $\sqrt{x} = -9$
$L = \{ \quad \}$

c) $3 \cdot \sqrt{x - 4} = 3$
$L = \{ \quad \}$

d) $\sqrt{4x - 4} = x - 1$
$L = \{ \quad \}$

e) $3 \cdot \sqrt{2x + 1} = \sqrt{4x + 3} + 3$
$L = \{ \quad \}$

f) $\sqrt{x} + \sqrt{2x} = \sqrt{3x + 4}$
$L = \{ \quad \}$

AUFGABE 8 **Zeichne die Graphen der hier angegebenen Wurzelfunktionen in dein Übungsheft. Bestimme zunächst die Definitionsmenge.**

a) $f(x) = \sqrt{x}$
b) $g(x) = \sqrt{x - 2}$
c) $h(x) = 2 \cdot \sqrt{x - 2}$
d) $i(x) = 2 \cdot \sqrt{x - 2} + 1$
e) $j(x) = -2 \cdot \sqrt{x - 2}$
f) $k(x) = \sqrt{x + 3}$

AUFGABE 9 **Erläutere, wie man aus dem Graphen der Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ den Graphen der Wurzelfunktion $f(x) = a \cdot \sqrt{x - b} + c$ erhält, d. h., wie wirken sich a, b und c auf den Graphen der jeweiligen Wurzelfunktion aus?**

AUFGABE 10 **Beantworte die Fragen zur quadratischen Gleichung.**

a) Warum hat die Gleichung $x^2 + 80 = 0$ keine Lösung?
b) Hat die Gleichung $x^2 - bx = 0$ immer eine Lösung?
c) Für welche Werte von c hat die Gleichung $x^2 = c$ zwei Lösungen? Für welche Werte existiert nur eine bzw. keine Lösung?

AUFGABE 11 **Die Summe der Quadrate zweier aufeinanderfolgender Zahlen ist 313. Bestimme die gesuchten Zahlen.**

TESTEN

70 Minuten

KLASSENARBEIT 2

AUFGABE 12 **Löse die Gleichungen möglichst geschickt.**

a) $4x^2 - 324 = 0$ b) $64x^2 = 9$ c) $(x-4)(x+5) = 0$
d) $1{,}7x^2 - 8{,}5x = 0$ e) $-4x^2 = 48$ f) $7(x-3{,}5)^2 = 63$

AUFGABE 13 **Gib die Anzahl der Lösungen an.**

a) $x^2 - 3 = 0$ b) $x^2 - 16x + 64 = 0$ c) $x^2 - 49 = 0$
d) $x^2 + 49 = 0$ e) $3(x-2)^2 + 12 = 0$ f) $(x-1)^2 = 0$

AUFGABE 14 **Löse die Gleichungen.**

a) $x(x-2) + 4 = (x+2)^2 - 6x$
b) $-x(12x - 72) = 60$

AUFGABE 15 **Löse die Aufgaben zu den Graphen der folgenden quadratischen Funktionen.**

1) $f(x) = (x+2)^2$ 2) $f(x) = 2(x-3)^2 - 1{,}5$ 3) $f(x) = x^2 + 4x + 6$

a) Ermittle die Koordinaten der Scheitelpunkte.
b) Berechne die Nullstellen der Graphen.
c) Zeichne die Graphen der Funktionen. Überprüfe, ob du die Nullstellen richtig berechnet hast.

AUFGABE 16 **Berechne die Lösungsmenge.**

a) $\sqrt{x} = 16$ b) $5 = \sqrt{10 + 5x}$
c) $\sqrt{8x - 5} = \sqrt{3x + 5}$ d) $3x - 2\sqrt{9x^2 - 27} = 0$

AUFGABE 17 **Bestimme die Gleichung der Funktion $f(x) = x^2 + px + q$, die durch die Punkte R und S verläuft.**

a) $R(3|-13)$; $S(4|9)$ b) $R(-2|4)$; $S(3|10)$ c) $R(1|4)$; $S(5|4)$

AUFGABE 18 **Multipliziert man das Quadrat der Summe aus einer Zahl x und 35 mit 9, erhält man 12 321. Berechne die Zahl x.**

AUFGABE 19 **Wie lang sind die Seiten eines Rechtecks, dessen Seiten sich wie 4 : 7 verhalten? Der Flächeninhalt des Rechtecks beträgt 448 cm².**

TESTEN

2 Potenzen und Potenzfunktionen

2.1 Potenzgesetze

WISSEN

Ein Produkt aus n gleichen Faktoren schreibt man als **Potenz:** $a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a = a^n$. Außerdem gilt: $a^1 = a$; $a^0 = 1$ ($a \in \mathbb{R}$) und für alle n: $\mathbf{1^n = 1}$ und für $n \neq 0$: $\mathbf{0^n = 0}$. Für **negative Exponenten** gelten die folgenden Schreibweisen: $a^{-1} = \frac{1}{a}$; $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$; $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ($a \in \mathbb{R}$; $a \neq 0$)	$3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3 = 27$ $\mathbf{a^n}$ ← Exponent ↑ Basis $3^{-1} = \frac{1}{3}$; $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$
Der Wert einer Potenz mit **negativer Basis** ist ■ positiv, wenn der Exponent gerade ist; ■ negativ, wenn der Exponent ungerade ist. *Beachte:* Ist der Exponent keine ganze Zahl (↗ Kap. 2.2), so darf die Basis nicht negativ sein.	$(-3)^4 = 81$ $(-3)^3 = -27$ $(-3)^{-3} = \frac{1}{(-3)^3} = \frac{1}{-27} = -\frac{1}{27}$
Für das Rechnen mit Potenzen gelten die folgenden **Gesetze** ($a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $m, n \in \mathbb{Z}$): ■ Potenzen mit gleicher Basis werden **multipliziert,** indem man die Exponenten addiert und die Basis beibehält: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ ■ Potenzen mit gleicher Basis werden **dividiert,** indem man die Exponenten subtrahiert und die Basis beibehält: $a^n : a^m = a^{n-m}$	$3^3 \cdot 3^2 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5$ $\underbrace{2^7}_{128} \cdot \underbrace{2^3}_{8} \underset{=}{=} 2^{7+3} = \underbrace{2^{10}}_{1024}$ $\underbrace{3^4}_{81} : \underbrace{3^2}_{9} \underset{=}{=} 3^{4-2} = \underbrace{3^2}_{9} = 9$
Für das Rechnen mit Potenzen gelten die folgenden **Vorrangregeln:** ■ Potenzieren geht vor Punktrechnung. ■ Terme in Klammern werden zuerst berechnet. ■ Punktrechnung geht vor Strichrechnung. ■ Sonst wird von links nach rechts gerechnet.	$4^2 \cdot 5^3 = 16 \cdot 125 = 2\,000$ $3^2 + 3^2 \cdot 2 = 9 + 18 = 27$ $(4 + 2)^2 = 6^2 = 36$

ÜBUNG 1 **Schreibe zunächst als Potenz und berechne anschließend den Wert.**

a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ b) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ c) $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}$

d) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ e) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$ f) $(-4) \cdot (-4) \cdot (-4)$

ÜBUNG 2 **Schreibe als Potenz. Teilweise gibt es mehrere Möglichkeiten.**

a) 32 b) 10 000 c) 125 d) 0

e) 81 f) $\frac{16}{625}$ g) 0,0001 h) 1,44

ÜBUNG 3 **Schreibe zunächst – falls möglich – als Potenz. Berechne dann.**

a) $2^3 \cdot 2^4$ b) $5^2 \cdot 2^5$ c) $4^5 \cdot 4^{-5}$

= = = = = =

d) $9^6 : 9^4$ e) $2^2 : 2^{-3}$ f) $3^4 : 3^0$

= = = = = =

WISSEN

Potenzen mit gleichem Exponenten multiplizieren (dividieren)

- Potenzen mit gleichem Exponenten werden **multipliziert**, indem man die Basen multipliziert und den Exponenten beibehält:
  $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

$\underbrace{2^3}_{8} \cdot \underbrace{3^3}_{27} = \underbrace{(2 \cdot 3)^3}_{216}$

$\underbrace{\left(\frac{1}{2}\right)^4}_{\frac{1}{16}} \cdot \underbrace{\left(\frac{2}{3}\right)^4}_{\frac{16}{81}} = \underbrace{\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}\right)^4}_{\frac{1}{81}}$

- Potenzen mit gleichem Exponenten werden **dividiert**, indem man die Basen dividiert und den Exponenten beibehält:
  $a^n : b^n = (a : b)^n$; bzw. $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
  $(a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\};\ m, n \in \mathbb{Z})$

$\underbrace{4^2}_{16} : \underbrace{2^2}_{4} = \underbrace{(4 : 2)^2}_{4}$ bzw. $\frac{4^2}{2^2} = \left(\frac{4}{2}\right)^2$

$\underbrace{\left(\frac{1}{2}\right)^3}_{\frac{1}{8}} : \underbrace{\left(\frac{2}{3}\right)^3}_{\frac{8}{27}} = \left(\frac{1}{2} : \frac{2}{3}\right)^3 = \underbrace{\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}\right)^3}_{\frac{27}{64}}$

ÜBUNG 4 **Berechne die Terme.**

a) $2^4 + 3^2 \cdot 3^3 + 1$ b) $4^3 \cdot 5^3 - (5^3 + 3 \cdot 5^2)$

c) $12^2 : (6^4 : 6^2) - 4$ d) $7^5 : 7^3 + 3^7 : 3^3 - 30 \cdot 6^0$

e) $(2^5 + 2^4) - 3 \cdot 4^2$ f) $(a^2 \cdot a^{x-2}) : a^4$

ÜBEN

ÜBEN

WISSEN

Potenzieren von Potenzen
Eine Potenz wird potenziert, indem man die Exponenten multipliziert und die Basis beibehält:

$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

$(a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\};\ m, n \in \mathbb{Z})$

$$\underbrace{(3^2)^3}_{9^3} = \underbrace{3^{2 \cdot 3}}_{3^6}$$

$$\underbrace{\left(\left(\frac{1}{3}\right)^2\right)^2}_{\left(\frac{1}{9}\right)^2} = \underbrace{\left(\frac{1}{3}\right)^{2 \cdot 2}}_{\left(\frac{1}{3}\right)^4}$$

ÜBUNG 5 Schreibe zunächst als Potenz, berechne dann den Wert.

a) $(2^2)^4$ = ___ = ___

b) $(5^6)^{\frac{1}{3}}$ = ___ = ___

c) $(12^5)^0$ = ___ = ___

WISSEN

Brüche potenzieren
Die Potenz eines Bruches mit dem Exponenten n ist gleich der Potenz des Kehrwertes dieses Bruches mit dem Exponenten −n.

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$

$(a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\};\ m, n \in \mathbb{Z})$

$$5^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2};\ 5^{-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^2$$

$$\left(\frac{2}{4}\right)^2 = \underbrace{\left(\frac{4}{2}\right)^{-2}}_{(2)^{-2}} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$$

ÜBUNG 6 Berechne.

a) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$ = ___ = ___

b) $\left(\frac{1}{10}\right)^{-3}$ = ___ = ___

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$ = ___ = ___

ÜBUNG 7 Vereinfache die Terme.

a) $15^n : 5^n$ = ___ = ___

b) $(2^n \cdot 5^n) : 10^m$ = ___ = ___

c) $3^{n+1} \cdot 4^{n+1}$ = ___ = ___

d) $8^{-4} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4$ = ___ = ___

e) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-4}$ = ___ = ___

f) $\frac{2 \cdot 3^7 - 3^8}{3^8 \cdot 2^6}$ = ___ = ___