

21.5	Entspannungsübungen	362
21.6	Lösungen	363

22 Hin und wieder zurück 364

22.1	Der harmonische Oszillator	365
	Nicht nur für Pendler	365
	Der Schwingkreis	367
22.2	Differentialgleichung zweiter Ordnung	368
	Lösung mit Eulers Formel	369
	Lösung mit Sinus-Cosinus-Ansatz	371
	Anfangs- und Randbedingungen	371
	Differentialgleichung mit Dämpfung	372
22.3	Entspannungsübungen	376
22.4	Lösungen	376

23 Mantelflächen und Kurvenlängen integrieren 380

23.1	Kurvenlängen integrieren	381
	Sehr kleine Hypotenusen	381
23.2	Mantelflächenintegrale	384
	Rotationskörper	384
23.3	Entspannungsübungen	387
23.4	Lösungen	387

24 Nicht-kartesische Koordinatensysteme 390

24.1	Polarkoordinaten	391
	Zweidimensionale Kreiskoordinaten	391
	Umrechnung zwischen kartesischen und Polarkoordinaten	392
	Infinitesimalrechnung in Polarkoordinaten	393

24.2	Dreidimensionale Koordinatensysteme	395
	Zylinderkoordinaten	395
	Kugelkoordinaten	396
24.3	Entspannungsübungen	399
24.4	Lösungen	399

TEIL III Lineare Algebra

25 Vektorrechnung 404

25.1	Vektoren in der euklidischen Ebene	405
	Schreibweisen	405
	Eigenschaften von Vektoren	406
	Vektoren addieren	407
	Skalarmultiplikation	408
25.2	Die Basis	410
	Lineare Unabhängigkeit	410
	Einheitsvektoren und Basis	412
	Vektorrechnung mit Sage	412
25.3	Entspannungsübungen	414
25.4	Lösungen	414

26 Lineare Gleichungssysteme 418

26.1	Das Gauß-Verfahren	419
	Umformen gen Dreiecksform	419
	Matrix-Schreibweise	421
	Gleichungssysteme lösen mit Sage	422
26.2	Lösbarkeit linearer Gleichungssysteme	422
	Bedingungen für Lösbarkeit	422
	Lösbarkeit homogener Gleichungssysteme	423
	Die Determinante	424
	Die Regel von Sarrus	426
	Cramersche Regel	426

26.3	Entspannungsübungen	428
26.4	Lösungen	428

27 Willkommen in der Matrix 430

27.1	Lineare Abbildungen	431
	Definition linearer Abbildungen	431
	Eigenschaften linearer Abbildungen	432
	Kern, Bild und Dimensionsformel	433
	Praktische Anwendungen	434
27.2	Verknüpfung linearer Abbildungen	434
	Summen von Matrizen	435
	Vielfache von Matrizen	435
	Matrizenmultiplikation	435
	Die inverse Abbildung	437
	Matrizenrechnung mit Sage	439
27.3	Entspannungsübungen	441
27.4	Lösungen	441

28 Eigenwerte, Determinanten und Co. 444

28.1	Matrizen unter der Lupe	445
	Determinante und Invertierbarkeit	445
	Basiswechselmatrix	446
28.2	Eigenwerte	448
	Das Eigenwertproblem	448
	Berechnung von Eigenwerten	449
	Eigenräume	451
	Diagonalisieren	451
28.3	Produkte	454
	Skalarprodukt	454
	Kreuzprodukt	456
28.4	Entspannungsübungen	459
28.5	Lösungen	460

29 Besondere Matrizen anwenden 464

29.1 Geometrische Transformationen	465
Orthonormalsysteme	465
Isometrien	465
Spiegelmatrizen	467
Drehmatrizen	467
Koordinatentransformation	468
29.2 Bildbearbeitung	470
Faltungsmatrizen	470
29.3 Entspannungsübungen	473
29.4 Lösungen	473

30 Mehrdimensionale Analysis 476

30.1 Abbildungen in mehr als einer Dimension	477
Vektoren und ihre Schreibweisen	477
Mehrdimensionale Funktionen	478
30.2 Differentialrechnung in \mathbb{R}^n	480
Partielle Ableitungen	480
Der Gradient	481
Die Jacobimatrix	483
Jacobimatrix und Koordinatentransformation	484
30.3 Entspannungsübungen	486
30.4 Lösungen	486

31 Numerische Verfahren 488

31.1 Intervallschachtelung	489
Fortgesetzte Bisektion	489
Kontinuierlicher Fall	490
31.2 Interpolation	492
Polynominterpolation	493
Lagrangesche Interpolationsformel	494

31.3	Ausgleichsrechnung	496
	Methode der kleinsten Quadrate	496
	Beispiel: Erdbeschleunigung mit dem Handy messen	496
31.4	Numerische Integration	498
	Trapezregel	499
	Adaptive Integration mit Sage	500
31.5	Entspannungsübungen	502
31.6	Lösungen	503

32 Analytische Geometrie 506

32.1	Ein Universum voller Vektoren	507
	Eine Gerade	507
	Zwei Geraden	509
	Ebenen	511
	Normale	513
	Hessesche Normalenform	515
	Kugeln	517
32.2	Begegnungen im Nichts	519
	Gerade trifft Ebene	519
	Ebene trifft Ebene	521
	Projektion und Spiegel	522
	Der Kreis schließt sich	524
32.3	Entspannungsübungen	529
32.4	Lösungen	530

	Formelsammlung	534
	Literaturverzeichnis	538
	Index	539