Durch *Betrag und Richtung* ist eine vektorielle Größe eindeutig definiert. Vektoren haben einen Pfeil über dem Formelzeichen, z. B. ist $\vec{F}$ ein Kraftvektor. Der Betrag des Vektors ist ein Skalar: $\left|\vec{F}\right| = F$.

Beispiele vektorieller Größen sind: Kraft $\vec{F}$, Geschwindigkeit $\vec{v}$, elektrische $\vec{E}$ und magnetische $\vec{H}$ Feldstärke.

Das Rechnen mit Vektoren wird hier als bekannt vorausgesetzt. Kurz wiederholt werden nur zwei spezielle Produkte von Vektoren, das *Skalarprodukt* und das *Vektorprodukt*.

Skalarprodukt

Das *Skalarprodukt von zwei Vektoren ist ein Skalar* (eine Zahl).

$$\underline{\underline{\vec{a} \bullet \vec{b} = a \cdot b \cdot \cos(\alpha) = c}} \text{ mit } \alpha = \angle\left(\vec{a}, \vec{b}\right) \tag{1.5}$$

Aus den kartesischen Komponenten der beiden Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix}$ ergibt sich:

$$\underline{\underline{\vec{a} \bullet \vec{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y}} \tag{1.6}$$

Für den Winkel $\alpha = \angle\left(\vec{a}, \vec{b}\right)$ zwischen den beiden Vektoren gilt:

$$\underline{\underline{\cos(\alpha) = \frac{\vec{a} \bullet \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot \left|\vec{b}\right|} = \frac{a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2} \cdot \sqrt{b_x^2 + b_y^2}}}} \tag{1.7}$$

Für das Skalarprodukt $\vec{a} \bullet \vec{b}$ ist auch eine andere Schreibweise üblich:

$$\underline{\underline{\vec{a} \bullet \vec{b} = \left\langle \vec{a}, \vec{b} \right\rangle}} \tag{1.8}$$

Vektorprodukt

Das *Vektorprodukt von zwei Vektoren ist ein Vektor.* Im Gegensatz zum Skalarprodukt ist das Vektorprodukt nur im dreidimensionalen Raum definiert.

Das Vektorprodukt der beiden Vektoren $\vec{a} = \left(a_x, a_y, a_z\right)$ und $\vec{b} = \left(b_x, b_y, b_z\right)$ ist:

$$\underline{\underline{\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_y b_z - a_z b_y \\ a_z b_x - a_x b_z \\ a_x b_y - a_y b_x \end{pmatrix}}} \tag{1.9}$$

Eigenschaften des Vektorproduktes:

$$\vec{b} \times \vec{a} = -\left(\vec{a} \times \vec{b}\right) \tag{1.10}$$

Zu (1.10): Der Betrag ist gleich, die Richtung ist entgegengesetzt.

$$\vec{a} \times \vec{b} = 0 \text{ für } \vec{a} \parallel \vec{b} \text{ oder } \vec{a} = 0 \text{ oder } \vec{b} = 0 \tag{1.11}$$

$$\vec{c} = |\vec{a}| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot \sin\left[\angle\left(\vec{a}, \vec{b}\right)\right] \tag{1.12}$$

$$\vec{c} \text{ steht } \perp \text{ auf } \vec{a} \text{ und } \vec{b} \tag{1.13}$$

1.7 Partielle Ableitungen

Das Differenzieren einer Funktion mit nur einer unabhängigen (reellen) Variablen wird hier als bekannt vorausgesetzt. Enthält eine Funktion zwei oder mehr unabhängige Variable, so muss die Funktion evtl. nach einer dieser Variablen abgeleitet werden. Beim partiellen Differenzieren werden alle Variablen bis auf eine, nach der differenziert wird, als Konstanten betrachtet. Um Darstellungen in der Literatur zu verstehen, sollte man zumindest die Notation kennen, die beim partiellen Differenzieren verwendet wird. Der Ausdruck

$$\frac{\partial}{\partial U_{\mathrm{BE}}} I_{\mathrm{C}}(U_{\mathrm{BE}}) = \cdots \tag{1.14}$$

bedeutet, dass I_{C} von der Variablen U_{BE} abhängig ist und nach dieser differenziert wird. Warum wird partiell differenziert? Weil I_{C} *nicht nur* von U_{BE}, sondern *zusätzlich auch* von der Spannung U_{CE} abhängig ist. Werden nicht alle unabhängigen Variablen angegeben, so kann das Zeichen „∂“ (ein stilisiertes d, oft ausgesprochen als „del“) verwirrend sein.

Ist die Abhängigkeit von einer zweiten Variablen vernachlässigbar gering, so sollte das Zeichen „∂“ vermieden werden.

1.8 Nomenklatur

1. Für zeit**un**abhängige Konstanten und Variablen werden meist große, aber auch kleine Buchstaben verwendet. Es können lateinische oder griechische Buchstaben sein.
   Beispiele: Ladung Q, Gleichspannung U, ohmscherWiderstand R, konstante Geschwindigkeit v, Kapazität C, absolute Temperatur T in Kelvin.
   Wichtige Ausnahmen sind *Effektivwerte* im *Wechselstromkreis*: U, I und P sind entweder Gleichstromgrößen oder Effektivwerte von Spannung, Strom und Leistung bei Wechselstrom. *Effektivwerte* sind *Gleichstromäquivalente* und somit *zeitunabhängig*.
   Effektivwerte werden durch große Buchstaben ohne den Index „eff“ angegeben!
2. Soll die Abhängigkeit einer physikalischen Größe von einer Variablen besonders hervorgehoben werden, so können in der Funktionsbezeichnung die abhängigen und unabhängigen Variablen ausführlich genannt werden.

Beispiele: $I_D(U_D)$, $\varphi(x)$, $U_{Kl}(I_L)$.

3. Zur Beschreibung zeit**ab**hängiger Größen mit **Sinusform** *(harmonische Schwingungen)* werden kleine Buchstaben verwendet, oft unter expliziter Angabe der unabhängigen Variablen t (Zeit). Es erfolgt eine Beschreibung des Momentanwertes (Augenblickswertes) der periodischen Größe.
   Beispiele: $u(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega t + \varphi_u)$, $u(t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega t + \varphi_u)$, $i(t) = \hat{I} \cdot \sin(\omega t - \varphi_i)$.
4. Zeitabhängige Größen, die periodisch oder nicht periodisch (z. B. nur einmal ablaufend) sein können, aber nicht sinusförmig sind, sollten (zur Unterscheidung von harmonischen Schwingungen) mit Großbuchstaben unter expliziter Angabe der unabhängigen Variablen t (Zeit) definiert werden.
   Beispiele: a) Strom $I_C(t)$ und Spannung $U_C(t)$ mit exponentiellem Verlauf bei Lade- und Entladevorgängen.

$$I_C(t) = \frac{U}{R} \cdot \exp\left(-\frac{t}{R \cdot C}\right); \quad U_C(t) = U \cdot \exp\left(-\frac{t}{R \cdot C}\right)$$

b) Abschnittsweise Definition einer Rechteckspannung:

$$U(t) = \begin{cases} 5{,}0\ \text{V für } 0 \le t < T/2 \\ 0 \text{ für } T/2 \le t < T \end{cases}$$

5. Als Symbole für Naturkonstanten und materialspezifische Parameter dienen oft kleine (lateinische oder griechische) Buchstaben.
   Beispiele: Lichtgeschwindigkeit c im Vakuum, elektrische Feldkonstante ε_0, spezifischer Widerstand ρ.
6. Treten Symbole mit gleichem Namen mehrfach auf, z. B. bei der Bezeichnung von Bauelementen wie Widerstand R, Kondensator C oder Spule L, so ist ihre Unterscheidung durch einen Laufindex möglich.
   Beispiele: $R_1, R_2, R_3, \ldots; C_1, C_2$.
7. Speziell gekennzeichnet können Symbole werden durch Unter- oder Überstreichen, Aufsetzen eines bestimmten Zeichens (z. B. eines Daches) oder durch einen beschreibenden Index.
   Beispiele: Vektor im elektrischen Feld $\vec{E}$, Amplitude (Scheitelwert) eines Stromes $\hat{I}$, komplexer Widerstand $\underline{Z}$ (komplexe Größen werden unterstrichen), komplexer Effektivwert $\underline{U}$, komplexe Amplitude einer Spannung $\underline{\hat{U}}$, konjugiert komplexer Widerstand $\underline{Z}^*$, mittlere Geschwindigkeit $\bar{v}$, Eingangsspannung U_e, Ausgangsspannung U_a, Spannung zwischen Basis und Emitter bei einem Bipolartransistor U_{BE}.

1.9 Naturkonstanten

In Tab. 1.1 sind einige Naturkonstanten enthalten, die in der Elektrotechnik häufig gebraucht werden.

Tab. 1.1 In der Elektrotechnik häufig benötigte Naturkonstanten

Naturkonstante	Zeichen	Zahlenwert	Einheit
Boltzmann-Konstante	k	$1,381 \cdot 10^{-23}$	J/K
Elektronenruhemasse	m_0	$9,110 \cdot 10^{-31}$	kg
Elementarladung	e	$1,602 \cdot 10^{-19}$	As
Elektrische Feldkonstante (Permittivität im Vakuum) (früher Dielektrizitätskonstante)	ε_0	$8,854 \cdot 10^{-12}$	As/Vm
Magnetische Feldkonstante (Permeabilität des Vakuums)	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$	Vs/Am
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	$2{,}998 \cdot 10^{8}$	m/s
Planck'sches Wirkungsquantum	h	$6{,}626 \cdot 10^{-34}$	Js

Der Zusammenhang zwischen c, ε_0 und μ_0 ist:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \varepsilon_0}} \tag{1.15}$$

1.10 Leiter, Halbleiter, Nichtleiter

Materie kann, entsprechend ihrer Fähigkeit elektrischen Strom zu leiten, in unterschiedliche Kategorien eingeteilt werden.

1.10.1 Leiter

Welche atomaren Teilchen eine elektrische Ladung besitzen und somit *Ladungsträger* sind, erklärt sich aus dem atomaren Aufbau der Materie (Abschn. 1.13.1). Stoffe mit vielen frei beweglichen (nicht an Atome gebundenen) Ladungsträgern leiten den elektrischen Strom sehr gut und werden deshalb als *Leiter* bezeichnet. Metalle haben viele frei bewegliche Elektronen *(Leitungselektronen).* Eine einfache Modellvorstellung für die Stromleitung in Metallen ist ein „Elektronengas" zwischen den Atomrümpfen. Metalle sind *Elektronenleiter.* Die *Leitfähigkeit* von Metallen wird mit zunehmender Temperatur *kleiner* (ihr *Widerstand* wird *größer*). Der Grund ist: Mit höherer Temperatur schwingen die positiven Metallionen (sie haben ein Valenzelektron an das Elektronengas abgegeben) stärker um ihre Ruhelage. Damit nimmt die Wahrscheinlichkeit zu, dass ein sich zwischen den Atomen bewegendes Elektron mit einem der Atomrümpfe zusammenstößt und abgebremst wird. Der Fluss von Ladungsträgern wird umso stärker gehemmt, je höher die Temperatur ist. Technisch wichtige Metalle sind u. a. Kupfer, Aluminium, Gold.

Innerhalb eines elektrischen Leiters, z. B. in einem Metallstück, kann kein elektrostatisches Feld entstehen, da es nach dem Aufbringen von Ladungsträgern sofort zu einem Ladungsausgleich kommt. Die Ladungsträger (Elektronen) verteilen sich wegen der gegenseitigen Abstoßungskräfte (Abschn. 3.6) sofort gleichmäßig im gesamten Metallstück.

Außer Elektronenleiter gibt es auch *Ionenleiter*. Bei der Strömung von Ionen werden elektrische Ladungen mit ionisierten Atomen oder Molekülen transportiert. Positive Ionen haben in der Elektronenhülle weniger Elektronen als positive Kernladungen, bei negativen Ionen ist es umgekehrt. *Ionenleiter* sind wässrige Lösungen von Salzen, Säuren und Laugen, sie heißen *Elektrolyte*. Die *Ionenleitung* ist immer mit einem *Stofftransport* verbunden. Technisch genutzt wird dies beim Galvanisieren, bei dem ein unedles Metall mit einer Schicht eines edleren Metalls überzogen wird.

Gase sind Nichtleiter, können jedoch durch Zufuhr von Energie (z. B. durch ein starkes elektrisches Feld) ionisiert und somit leitend werden. Technische Nutzung: Leuchtstoffröhren.

1.10.2 Halbleiter

Die Leitfähigkeit von Halbleitern liegt (grob gesagt) zwischen derjenigen von Leitern und Nichtleitern. Es gibt *Elementhalbleiter* wie z. B. Germanium (Ge) und Silizium (Si) und *Verbindungshalbleiter,* z. B. Galiumarsenid (GaAs). Die Leitfähigkeit von *reinen* Halbleitern (ohne in ihrem Kristallgitter eingebaute Fremdatome) ist sehr klein. Um Halbleiter mit einer technisch verwertbaren Leitfähigkeit zu erhalten, werden bestimmte *Fremdatome (Störstellen)* in das Atomgitter des Halbleiters eingebaut (Vorgang der *Dotierung*). Je nach Dotierungsmaterial entstehen dadurch entweder frei bewegliche Elektronen (durch *Donatoren*) oder es werden Elektronenfehlstellen erzeugt (durch *Akzeptoren*), die als *Löcher* bezeichnet werden. Löcher bewegen sich scheinbar durch das Atomgitter des Halbleiters, sie werden wie Elektronen als Ladungsträger (aber mit positiver Ladung) behandelt.

Freie Elektronen und Löcher entstehen immer *paarweise*. Die Entstehung eines Elektron-Loch-Paares wird *Generation* genannt. Nimmt ein freies Elektron den Platz eines Loches ein, so verschwindet das Ladungsträgerpaar. Dieser Vorgang wird als *Rekombination* bezeichnet.

Je nach Dotierung können *n-Halbleiter* mit überwiegend Elektronen oder *p-Halbleiter* mit überwiegend Löchern als frei bewegliche Ladungsträger hergestellt werden. Auf der Verbindung dieser beiden Halbleiterarten *(pn-Übergang)* bestehen Bauelemente der Elektronik wie z. B. Dioden und Transistoren.

Wie bei Metallen ist die *Leitfähigkeit* von Halbleitern abhängig von der Temperatur, sie wird jedoch mit steigender Temperatur *größer* (und nicht kleiner wie bei Metallen). Dies gilt zumindest in einem bestimmten Temperaturbereich der *Störstellenreserve* unter