

Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II



Friedhelm Käpnick
Ralf Benölken

Mathematiklernen in der Grundschule

2. Auflage



Springer Spektrum

Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II

Reihe herausgegeben von

Friedhelm Padberg, Universität Bielefeld, Bielefeld, Deutschland

Andreas Büchter, Universität Duisburg-Essen, Essen, Deutschland

Die Reihe „Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II“ (MPS I+II), herausgegeben von Prof. Dr. Friedhelm Padberg und Prof. Dr. Andreas Büchter, ist die führende Reihe im Bereich „Mathematik und Didaktik der Mathematik“. Sie ist schon lange auf dem Markt und mit aktuell rund 60 bislang erschienenen oder in konkreter Planung befindlichen Bänden breit aufgestellt. Zielgruppen sind Lehrende und Studierende an Universitäten und Pädagogischen Hochschulen sowie Lehrkräfte, die nach neuen Ideen für ihren täglichen Unterricht suchen.

Die Reihe MPS I+II enthält eine größere Anzahl weit verbreiteter und bekannter Klassiker sowohl bei den speziell für die Lehrerbildung konzipierten Mathematikwerken für Studierende aller Schulstufen als auch bei den Werken zur Didaktik der Mathematik für die Primarstufe (einschließlich der frühen mathematischen Bildung), der Sekundarstufe I und der Sekundarstufe II.

Die schon langjährige Position als Marktführer wird durch in regelmäßigen Abständen erscheinende, gründlich überarbeitete Neuauflagen ständig neu erarbeitet und ausgebaut. Ferner wird durch die Einbindung jüngerer Koautorinnen und Koautoren bei schon lange laufenden Titeln gleichermaßen für Kontinuität und Aktualität der Reihe gesorgt. Die Reihe wächst seit Jahren dynamisch und behält dabei die sich ständig verändernden Anforderungen an den Mathematikunterricht und die Lehrerbildung im Auge.

Weitere Bände in der Reihe <http://www.springer.com/series/8296>

Friedhelm Käpnick · Ralf Benölken

Mathematiklernen in der Grundschule

2. Auflage

 Springer Spektrum

Friedhelm Käpnick
Universität Münster
Münster, Deutschland

Ralf Benölken
Bergische Universität Wuppertal
Wuppertal, Nordrhein-Westfalen, Deutschland

Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II
ISBN 978-3-662-60871-5 ISBN 978-3-662-60872-2 (eBook)
<https://doi.org/10.1007/978-3-662-60872-2>

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 2014, 2020

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von allgemein beschreibenden Bezeichnungen, Marken, Unternehmensnamen etc. in diesem Werk bedeutet nicht, dass diese frei durch jedermann benutzt werden dürfen. Die Berechtigung zur Benutzung unterliegt, auch ohne gesonderten Hinweis hierzu, den Regeln des Markenrechts. Die Rechte des jeweiligen Zeicheninhabers sind zu beachten.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag, noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Planung/Lektorat: Annika Denkert

Springer Spektrum ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer-Verlag GmbH, DE und ist ein Teil von Springer Nature.

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Heidelberger Platz 3, 14197 Berlin, Germany

Hinweis der Herausgeber

Diese überarbeitete und erweiterte Neuauflage des Bandes Mathematiklernen in der Grundschule von Friedhelm Käpnick und Ralf Benölken erscheint in der Reihe Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II. In dieser Reihe eignen sich insbesondere die folgenden Bände zur Ergänzung und Vertiefung unter mathematischen sowie mathematikdidaktischen Gesichtspunkten.

- A. Büchter/F. Padberg: Einführung in die Arithmetik
- A. Büchter/F. Padberg: Arithmetik und Zahlentheorie
- M. Franke/S. Reinhold: Didaktik der Geometrie in der Grundschule
- M. Franke/S. Ruwisch: Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule
- G. Greefrath: Anwendungen und Modellieren im Mathematikunterricht
- K. Hasemann/H. Gasteiger: Anfangsunterricht Mathematik
- S. Krauter/C. Bescherer: Erlebnis Elementargeometrie
- G. Krauthausen: Einführung in die Mathematikdidaktik – Grundschule
- T. Leuders: Erlebnis Arithmetik
- T. Leuders: Erlebnis Algebra
- F. Padberg/C. Benz: Didaktik der Arithmetik
- F. Padberg/A. Büchter: Elementare Zahlentheorie
- F. Padberg/S. Wartha: Didaktik der Bruchrechnung
- E. Rathgeb-Schnierer/C. Rechtsteiner: Rechnen lernen und Flexibilität entwickeln
- P. Scherer/E. Moser Opitz: Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe

Bielefeld
Essen
Februar 2020

Friedhelm Padberg
Andreas Büchter

Vorwort zur Neubearbeitung

In der Erstauflage von „Mathematiklernen in der Grundschule“ wurde mehrfach auf die dynamische Entwicklung des Grundschulmathematikunterrichts hingewiesen, die sich aus den stetigen, sich wechselseitig bedingenden gesamtgesellschaftlichen, schulpolitischen und schulpraktischen Veränderungen sowie aus neuen wissenschaftlichen Erkenntnissen zum kindlichen Lernen von Mathematik ergibt. Die vergangenen acht Jahre nach dem Erscheinen der Erstauflage bestätigen diese Einschätzung nachdrücklich. So rückte schon beim Erstellen des Manuskriptes für die Erstauflage mit dem im Jahr 2011 gefassten Beschluss der Kultusministerkonferenz zur verbindlichen Umsetzung Inklusiver Bildung an allen deutschen Schulen ein Themenkomplex in den Mittelpunkt schulpolitischer, wissenschaftlicher und schulpraktischer Diskussionen, dessen Umsetzung einen grundlegenden Wandel in der Organisation und Gestaltung des Unterrichts in allen Fächern erforderte. Wenig später, zu einem Zeitpunkt als viele engagierte Lehrkräfte erste erfolgversprechende schulische Rahmenbedingungen und sinnvolle didaktische Konzepte für ein inklusives Lernen von Kindern mit unterschiedlichen Potenzialen und Bedarfen im Schulalltag entwickelten und in verschiedenen pädagogischen Wissenschaftsdisziplinen hierfür mehr oder weniger fundierte Theorieansätze konzipiert wurden, überlagerte schon wieder eine andere, ähnlich anspruchsvolle Herausforderung die epochale Aufgabe „Inklusive Bildung“ in der deutschen Öffentlichkeit: die Integration von Kindern mit Fluchterfahrung bzw. Deutsch als Zweitsprache in den Regelunterricht. Hinsichtlich des Grundschulmathematikunterrichts bestand eine der größten diesbezüglichen Herausforderungen in der Gestaltung eines sprachsensiblen Unterrichts – was aber nicht nur für Kinder mit Sprachproblemen relevant ist. Eine andere, seit Längerem existierende und in den letzten Jahren stetig an Bedeutung zunehmende vielschichtige Aufgabe wurde mit der 2019 gestarteten Bund-Länder-Initiative „DigitalPaktSchule“ zu einer zentralen Schwerpunktaufgabe der Gegenwart, der Erwerb von digitalen Kompetenzen im schulischen Unterricht. Der hohe Stellenwert digitaler Kompetenzen wird darin gesehen, dass diese als ein entscheidender Faktor für das zukünftige Lebens- und Berufsfeld eines jeden Menschen in unserer Gesellschaft gelten. Alle genannten wie auch weitere, auch durch neuere wissenschaftliche Erkenntnisse implizierte Entwicklungen veranlassten uns, die

Erstauflage von „Mathematiklernen in der Grundschule“ neu zu bearbeiten und dabei die angesprochenen Herausforderungen für die Organisation und Gestaltung des Grundschulmathematikunterrichts in das bestehende Buchkonzept zu integrieren. Ein prinzipielles Beibehalten der bisherigen inhaltlichen Struktur und Schwerpunktsetzung stand hierbei aber für uns nicht zur Diskussion, da das thematisch „stimmige“ Gesamtkonzept unter den Leserinnen und Lesern eine breite Zustimmung fand. Nach intensiven Gedankenaustauschen entschieden wir uns dazu, die Themenkomplexe „Sprachensible Gestaltung“ und „Sinnvoller Einsatz digitaler Medien“ im Grundschulmathematikunterricht in die Kap. 6 bzw. 9 zu integrieren und für beide Komplexe die jeweiligen aktuellen Herausforderungen der Schulpraxis überblicksartig zu kennzeichnen, didaktische Grundorientierungen für die unterrichtliche Umsetzung im Mathematikunterricht aufzuzeigen, diese exemplarisch zu verdeutlichen und auf aktuelle Literatur zu speziellen Fragen hinzuweisen. Der Umsetzung Inklusiver Bildung im Grundschulmathematikunterricht haben wir dagegen ein neues Kapitel, das Kap. 15, gewidmet. Alle weiteren, uns wichtig erscheinenden neue Erkenntnisse aus Fachdidaktik und Schulpraxis, z. B. zu erreichten Ergebnissen der Etablierung der Bildungsstandards, zu Gelingensbedingungen für die Gestaltung des Übergangs von der Kita in die Grundschule oder zu Besonderheiten es Erkennens von Rechenproblemen und ein hierauf basierendes Fördern betroffener Kinder, haben wir an den entsprechenden Stellen in die bestehenden Kapitel eingefügt. Auf diese Weise hoffen wir, mit der Neubearbeitung eine ausgewogene Balance zwischen dem Beibehalten von nach wie vor geltenden Theorieansätzen und dem Aufnehmen neuer wichtiger Themen und aktueller wissenschaftlicher Erkenntnisse wie auch wertvoller schulpraktischer Erfahrungen im Rahmen der bisherigen Grundstruktur des Buches erreicht zu haben. In diesem Sinne würden wir uns über viele interessierte Leserinnen und Leser und einen anregenden Gedankenaustausch mit ihnen über die Buchthemen freuen!

Münster
Wuppertal
im Oktober 2019

Friedhelm Käpnick
Ralf Benölken

Vorwort

„Das kann ich nicht!“, stellt Finn resigniert fest, nachdem er etwa fünf Minuten erfolglos versuchte, die Aufgabe „ $430 - 180$ “ zu rechnen. Trotz intensiven Bemühens konnte der Drittklässler seiner Lehrerin nur drei falsche und scheinbar sinnlose Ergebnisse präsentieren. Zu seiner Entmutigung trug zudem bei, dass Anna, seine Nachbarin, in der gleichen Zeit spielend zehn solche Aufgaben richtig löste.

Will man diese mehr oder weniger typische Alltagssituation des heutigen Mathematikunterrichts in der Grundschule analysieren, sind sehr vielfältige inhaltliche Aspekte und Zusammenhänge zu beachten. Offensichtlich sind z. B. die enormen Unterschiede im Lern- bzw. Entwicklungsniveau beider Kinder. Hieraus ergeben sich wiederum Fragen hinsichtlich des sozialen Lernens, wie etwa: Wäre es für Finn (und Anna) hilfreich, wenn beide Kinder zumindest einige Aufgaben gemeinsam rechnen würden? Wie geht man als Lehrperson und als Institution „Schule“ generell mit der scheinbar immer größer werdenden Heterogenität gleichaltriger Kinder um? ...

Sehr komplex und zugleich spezifisch dürften zudem die Ursachen für Finns Lernprobleme sein. Als eine Hauptursache lassen sich beispielsweise ein unzureichendes Zahl- und Operationsverständnis des Jungen vermuten. Weiterhin könnte Finn noch nicht fähig sein, einzelne Teilhandlungen sinnvoll zu koordinieren. Vielleicht hat der Junge aber „nur“ fehlerhafte Rechenstrategien angewendet. Als Ursachen kommen ebenso generelle Defizite bzgl. der Gedächtnisfähigkeit, der Fähigkeit im Abstrahieren, Verallgemeinern oder im Strukturieren in Frage. Außerdem spielen bei massiven Lernproblemen von Kindern häufig motivationale Aspekte oder Defizite in der Ausprägung co-kognitiver Persönlichkeitsmerkmale, wie z. B. fehlende Konzentrations- oder Ausdauerkompetenzen, eine Rolle. Aus eigenen Erfahrungen in der Förderung mathematisch minder- wie hochbegabter Kinder weiß ich, dass darüber hinaus spezielle Probleme in der Sinneswahrnehmung, wie etwa eine Winkelfehlsichtigkeit, besondere neuropsychologische Konstellationen oder synästhetische Auffassungen zu Zahlen, das Lernen von Mathematik beeinflussen können.

Eine Analyse der Lernsituation schließt ebenso die Frage ein, wie und warum Anna die Aufgaben spielend leicht lösen kann. Und konkret weiter gefragt: Hat sie eine

besondere mathematische Begabung? Ist sie mit dem Bearbeiten der Aufgaben unterfordert (und Finn zugleich überfordert)? ...

Zu dem hier exemplarisch aufgezeigten hochkomplexen Bedingungsgefüge für das kindliche Lernen von Mathematik entwickeln Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler der Fachdidaktik und entsprechender Bezugsdisziplinen seit langem Theorieansätze und praxisrelevante Konzepte. Die letzten 20 Jahre weisen diesbezüglich auf eine sehr dynamische Entwicklung hin. So bereicherten die Entwicklung neuer Lehr-Lern-Konzepte, mathematikdidaktische Untersuchungen zu individuellen Lernbiografien von Kindern, zur Entwicklung spezieller arithmetischer, sachrechnerischer oder geometrischer Kompetenzen wie auch zur Nutzung von Anschauungsmitteln nachhaltig unser Wissen über das kindliche Lernen von Mathematik. Vergleichbares gilt für pädagogisch-psychologische Forschungen zu typprägenden intrapersonalen und interpersonalen Katalysatoren, für neuere Erkenntnisse der Hirnforschung zu angeborenen Potentialen und deren Stellenwert für die gesamte individuelle Entwicklung eines Menschen, weiterhin für jüngere Untersuchungsergebnisse zur Entwicklung mathematischer Kompetenzen im Kindergartenalter oder für Erkenntnisse der emotionalen Intelligenzforschung zur Bedeutung von Intuitionen, von Unbewusstem sowie von Emotionen beim Problemlösen. Ebenso bewirken schulpolitische Initiativen, wie in jüngerer Vergangenheit die Festlegung von Bildungsstandards, und zahlreiche innovative Aktivitäten engagierter Lehrerinnen und Lehrer in der Schulpraxis, dass bestehende mathematikdidaktische Positionen und Konzepte ständig überprüft, verbessert, erweitert oder neu bestimmt werden.

Das komplexe Bedingungsgefüge für das kindliche Lernen von Mathematik zu kennen und dieses Wissen in konkreten Unterrichtssituationen adäquat zu nutzen, ist zweifellos ein sehr hoher Anspruch für jede Lehrperson. Hiervon ausgehend besteht das Hauptanliegen des vorliegenden Buches darin, interessierten Studierenden, Lehrerinnen und Lehrern auf der Basis des gegenwärtigen Wissensstandes einen Überblick über wesentliche inhaltliche Aspekte und Zusammenhänge beim Planen, Organisieren, Begleiten und Analysieren kindlichen Lernens von Mathematik zu geben. Dabei bemühte ich mich, der angesprochenen hohen Komplexität und seiner wissenschaftlichen Dynamik zu genügen. Gleichwohl war mir bewusst, dass dieser Anspruch jeweils nur unzureichend erfüllt werden kann, weil zum einen eine fundierte Darstellung einzelner Themen, wie etwa von Besonderheiten mathematisch begabter Kinder, oder Erläuterungen verschiedener wissenschaftlicher Entwicklungen und konkurrierender Ansätze zu einer konkreten Lernthematik den Umfang des Buches „sprengen“ würden. Zum anderen können die Inhalte dieses Buches natürlich nur eine Momentaufnahme sein, die den aktuell bekannten Erkenntnisstand überblicksartig wiedergibt. Die Darstellungen in den einzelnen Buchkapiteln sind somit notwendigerweise Vereinfachungen und Beschränkungen auf wesentliche Sachzusammenhänge. Konkrete Unterrichts- bzw. Lernbeispiele dienen der „Verlebendigung“ theoretischer Positionen. Fragen am Ende jedes Kapitels in den grau unterlegten Kästchen können zum vertiefenden Nach- und Weiterdenken sowie zum Entwickeln eigener Positionen anregen.