4 Binomische Formeln

1. binomische Formel: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2. binomische Formel: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3. binomische Formel: $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$

1. $(\underbrace{3x}_{\mathbf{a}} + \underbrace{2}_{\mathbf{b}})^2$ Anwendung der 1. binomischen Formel

$$= \underbrace{(3x)}_{\mathbf{a}}{}^2 + 2 \cdot \underbrace{3x}_{\mathbf{a}} \cdot \underbrace{2}_{\mathbf{b}} + \underbrace{2}_{\mathbf{b}}{}^2$$
$$= 9x^2 + 12x + 4$$

2. $(\underbrace{3x}_{\mathbf{a}} - \underbrace{2}_{\mathbf{b}})^2$ Anwendung der 2. binomischen Formel

$$= \underbrace{(3x)}_{\mathbf{a}}{}^2 - 2 \cdot \underbrace{3x}_{\mathbf{a}} \cdot \underbrace{2}_{\mathbf{b}} + \underbrace{2}_{\mathbf{b}}{}^2$$
$$= 9x^2 - 12x + 4$$

3. $(\underbrace{3x}_{\mathbf{a}} + \underbrace{2}_{\mathbf{b}}) \cdot (\underbrace{3x}_{\mathbf{a}} - \underbrace{2}_{\mathbf{b}})$ Anwendung der 3. binomischen Formel

$$= \underbrace{(3x)}_{\mathbf{a}}{}^2 - \underbrace{2}_{\mathbf{b}}{}^2$$
$$= 9x^2 - 4$$

Alle Terme der Form $x^2 \pm bx$ lassen sich nach der **quadratischen Ergänzung** mit $\left(\frac{b}{2}\right)^2$ mithilfe der binomischen Formeln umformen.

$$2x^2 + 8x + 2$$

$= 2[x^2 + 4x + 1]$	Quadratischen Vorfaktor ggf. ausklammern
$= 2[\underbrace{x^2 + 4x + \mathbf{2^2}} \mathbf{- 2^2} + 1]$	Quadratisch ergänzen mit $\left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 2^2$
$= 2[\quad (x+2)^2 \quad - 3]$	1. binomische Formel anwenden
$= 2(x+2)^2 - 6$	Eckige Klammer auflösen

5 Berechnungen in einer Tabellenkalkulation

Zu den Vorteilen von Tabellenkalkulationsprogrammen zählt die Möglichkeit, eingegebene Werte jederzeit abändern zu können. In **Formeln mit Zellbezügen** werden dann die Berechnungen auf Grundlage der geänderten Werte automatisch ausgeführt und ausgegeben.

Berechnungen in einer Tabellenkalkulation erfolgen mithilfe von **Formeln**. Diese werden direkt in die Zelle eingegeben, die das Ergebnis der Berechnung anzeigen soll.

- Jede Formel beginnt mit einem Gleichheitszeichen „**=**“.
- Der Multiplikationspunkt wird durch ein Sternchen „*****“ symbolisiert.
- Das Divisionszeichen wird durch einen Schrägstrich „ **/** “ symbolisiert.
- Zahlenwerte in einer Formel können direkt eingegeben werden. Es kann aber auch eine indirekte Eingabe erfolgen, indem in die Formel nicht der Zahlenwert, sondern der **Zellbezug** der Zelle eingegeben wird, die den Zahlenwert enthält. In der **Abschlussprüfung** sind in der Regel **Formeln mit Zellbezügen** gesucht.

	A	B	C
1	3	4	?
2	16	2	

Die Zellbezüge ergeben sich aus dem Spaltenbuchstaben und der Zeilennummer. In Zelle A2 steht z. B. der Wert 16, in Zelle B1 der Wert 4.

Formeln ohne Zellbezüge:

Formel in Zelle C1	Ausgabe
=3*4	12
=16/2	8
=16/4	4

Formeln mit Zellbezügen:

Formel in Zelle C1	Ausgabe
=A1*B1	12
=A2/B2	8
=A2/B1	4

Gleichungen und Gleichungssysteme

1 Lineare Gleichungen

Eine Gleichung/Ungleichung heißt **linear**, wenn die höchste vorkommende Potenz der Variablen (meist x) den Wert 1 hat ($x^1 = x$).
Zur Lösung einer Gleichung/Ungleichung werden auf beiden Seiten zugleich gleichartige Rechenoperationen durchgeführt, diese heißen **Äquivalenzumformungen**.

Vorgehensweise beim Lösen linearer Gleichungen:

- *Falls vorhanden:* Auflösen von Klammern; Beseitigen von Nennern
- Gleichung durch Strich- und Punkt-**Äquivalenzumformungen** so umformen, dass die gesuchte Variable (meist x) alleine gestellt wird
- Lösungsmenge angeben

a)

$$\begin{aligned} 4(2x+1)-3x &= 6+7x && \\ 8x+4-3x &= 6+7x && \big| -4 \\ 5x &= 2+7x && \big| -7x \\ -2x &= 2 && \big| :(-2) \\ x &= -1 && \end{aligned}$$

$\mathbb{L} = \{-1\}$

Links- und Rechtsterm vereinfachen

Mithilfe von Strich- und Punktumformungen nach x auflösen

Lösungsmenge angeben

b)

$$\begin{aligned} \frac{x}{2} &= -3+\frac{3}{5}x && \big| \cdot 10 \\ 5x &= -30+6x && \big| -6x \\ -x &= -30 && \big| \cdot(-1) \\ x &= 30 && \end{aligned}$$

$\mathbb{L} = \{30\}$

Nenner beseitigen

Nach x auflösen

Lösungsmenge angeben

Fällt beim Vereinfachen einer Gleichung die Variable weg, ist die Lösungsmenge entweder die leere Menge $\varnothing$ oder die Grundmenge (in der Regel also $\mathbb{R}$).

a) $1{,}5x - (-3{,}5x - 7) = \frac{25}{5}x - 7$

$$5x + 7 = 5x - 7 \quad \Big| -5x$$

$$7 = -7$$

$\mathbb{L} = \varnothing$ oder $\mathbb{L} = \{\,\}$

Keine Belegung für x führt zu einer wahren Aussage. Die Lösungsmenge ist also leer.

b) $4x + 2 = 4x + 2 \quad \Big| -4x$

$$2 = 2$$

$\mathbb{L} = \mathbb{R}$

Alle Belegungen für x führen zu einer wahren Aussage. Die Lösungsmenge ist also gleich der Grundmenge.

2 Lineare Gleichungssysteme

Zwei lineare Gleichungen mit zwei Unbekannten (meist x und y) bilden ein **lineares Gleichungssystem (LGS)**.
Ein lineares Gleichungssystem hat entweder **keine** Lösung, **genau eine** Lösung oder **unendlich viele** Lösungen. Jede Lösung ist ein Paar $(x \mid y)$, das beide Gleichungen erfüllt.

Es gibt verschiedene rechnerische Lösungsmethoden für lineare Gleichungssysteme:

- Beim **Gleichsetzungsverfahren** werden beide Gleichungen nach der gleichen Variablen aufgelöst und die Rechtsterme gleichgesetzt.
- Beim **Einsetzungsverfahren** wird eine Gleichung nach einer Variablen aufgelöst und der Rechtsterm anstelle der Variablen in die andere Gleichung eingesetzt.
- Beim **Additionsverfahren** werden die Gleichungen so umgeformt, dass bei der anschließenden Addition eine Variable wegfällt.

Vorgehensweise beim Lösen von LGS mit dem Gleichsetzungsverfahren:

- *Falls vorhanden:* Auflösen von Klammern; Beseitigen von Nennern
- *Falls nötig:* Beide Gleichungen nach der gleichen Variablen auflösen
- Gleichsetzen der Rechtsterme
- Auflösen nach der verbliebenen Variablen
- Einsetzen der berechneten Variablen in eine der Gleichungen
- Bestimmen der zweiten Variablen