

LERNEN EINFACH GEMACHT



2. Auflage

Mathe

kompakt
für **dummies**[®]



Die
Grundrechenarten
meistern

Textaufgaben richtig
angehen

Brüche, Dezimalzahlen,
Prozentrechnung und
Co. verstehen

Mark Zegarelli

Buch zeige ich Ihnen, wie ein Bild mehr als tausend Zahlen sagt, nämlich wenn es in [Kapitel 16](#) um Geometrie und in [Kapitel 17](#) um Graphen geht.)

Die praktischsten visuellen Hilfen, die man sich vorstellen kann, sind diese kleinen quadratischen Käsecracker. Schütteln Sie ein paar aus der Packung und ordnen Sie die kleinen Quadrate so an, dass sie größere Quadrate bilden. [Abbildung 1.1](#) zeigt die ersten paar dieser Quadrate.

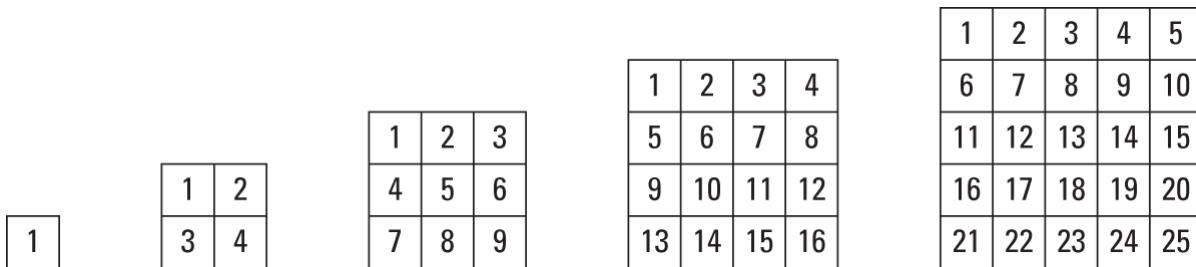


Abbildung 1.1: Quadratzahlen

Voilà! Die Quadratzahlen:

1 4 9 16 25 36 49 64 ...



Sie erhalten eine *Quadratzahl*, indem Sie eine Zahl mit sich selbst multiplizieren. Die Kenntnis der Quadratzahlen ist damit auch eine praktische Methode, sich einen Teil der Multiplikationstabelle zu merken. Wenn Sie die Quadratzahlen kennen, prägen Sie sich die betreffenden Multiplikationstabellen sehr viel besser ein, wie ich in [Kapitel 3](#) zeige.

Quadratzahlen sind außerdem ein wichtiger erster Schritt zum Verständnis der Exponenten, wie ich weiter hinten in diesem Kapitel noch anspreche und detailliert in [Kapitel 4](#) erkläre.

Zusammengesetzte Zahlen – ganz einfach

Einige Zahlen können in rechteckigen Mustern angeordnet werden. Die Mathematiker könnten diese Zahlen auch als »Rechteckzahlen« bezeichnen, aber stattdessen sprechen sie von *zusammengesetzten Zahlen*. Beispielsweise ist 12 eine zusammengesetzte Zahl, weil Sie zwölf Gegenstände in Rechtecken zweier unterschiedlicher Formen anordnen können, wie in [Abbildung 1.2](#) gezeigt.

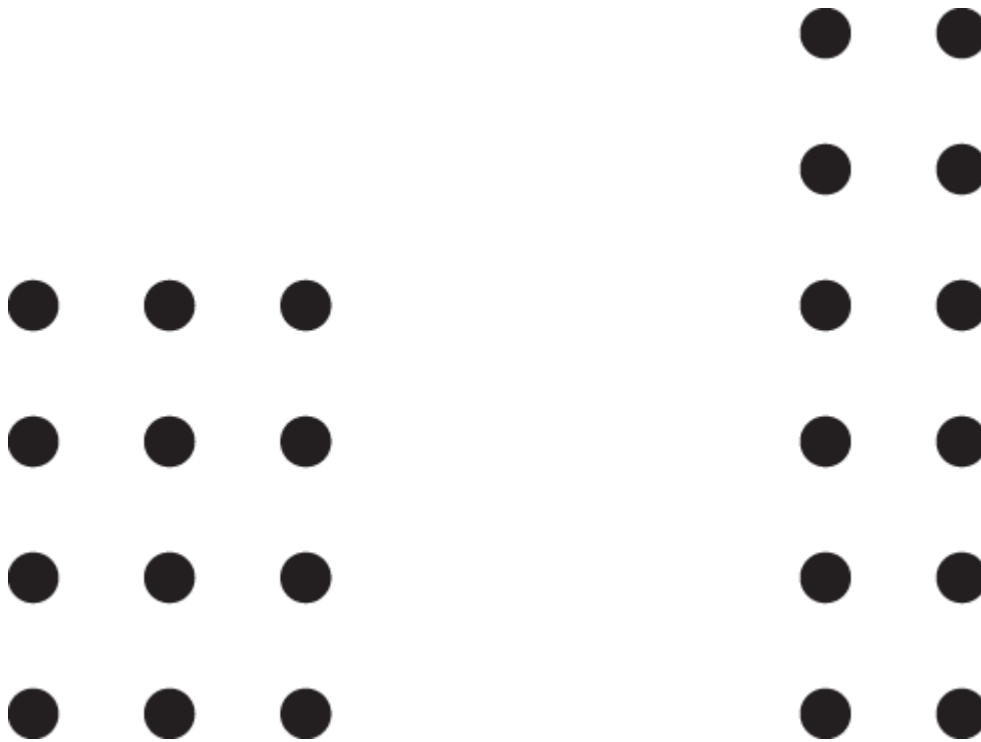


Abbildung 1.2: Die Zahl 12 in zwei unterschiedlichen rechteckigen Mustern

Wie bei den Quadratzahlen teilt Ihnen die Anordnung von Zahlen in visuellen Mustern wie diesen etwas über die Multiplikation mit. In diesem Fall können Sie durch Zählen der Seiten beider Rechtecke Folgendes feststellen:

$$3 \cdot 4 = 12$$

$$2 \cdot 6 = 12$$

Das Wort *zusammengesetzt* bedeutet, dass diese Zahlen aus kleineren Zahlen zusammengesetzt sind. Beispielsweise ist die Zahl 15 aus 3 und 5 zusammengesetzt – das heißt, wenn Sie diese beiden kleineren Zahlen multiplizieren, erhalten Sie 15. Nachfolgend alle zusammengesetzten Zahlen zwischen 1 und 16:

4 6 8 9 10 12 14 15 16...

Beachten Sie, dass alle Quadratzahlen (siehe den vorherigen Abschnitt »Quadratzahlen verstehen«) ebenfalls als zusammengesetzte Zahlen betrachtet werden, weil Sie sie in Quadraten anordnen können – und jedes Quadrat ist auch ein Rechteck.

Die Primzahlen verweigern sich dem Rechteck!

Einige Zahlen sind stur. Sie weigern sich beharrlich, in einem Rechteck angeordnet zu werden – und werden als *Primzahlen* bezeichnet. Betrachten Sie beispielsweise, wie in [Abbildung 1.3](#) die Zahl 13 dargestellt ist.

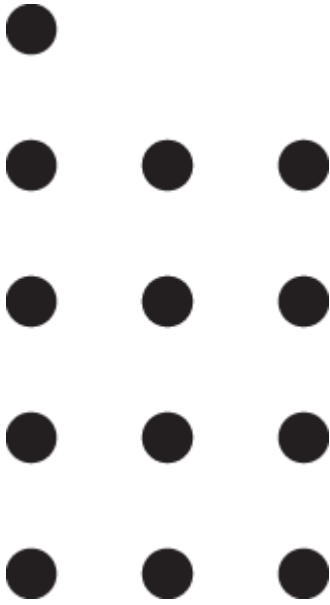


Abbildung 1.3: Die unglückliche 13, eine Primzahl, verdeutlicht, dass manche Zahlen einfach nicht in einem Rechteck angeordnet werden können.

Sie können es versuchen, so oft Sie wollen – aus 13 Gegenständen lässt sich einfach kein Rechteck legen. (Vielleicht hat die 13 deshalb einen unguuten Ruf.) Hier die Primzahlen kleiner 20:

2 3 5 7 11 13 17 19

Wie Sie sehen, füllt die Liste der Primzahlen die Lücken in der Auflistung der zusammengesetzten Zahlen (siehe vorherigen Abschnitt). Aus diesem Grund ist jede natürliche Zahl entweder eine Primzahl oder eine zusammengesetzte Zahl. In [Kapitel 8](#) finden Sie mehr Informationen über zusammengesetzte Zahlen. Außerdem zeige ich Ihnen dort, wie Sie eine Zahl zerlegen – das heißt, wie Sie eine zusammengesetzte Zahl in ihre Primfaktoren zerlegen.

Mit Potenzen schnell multiplizieren

Es gibt ein altes Rätsel, das immer noch eine überraschende Antwort hat.

Angenommen, Sie haben einen Job angenommen, bei dem Sie am ersten Tag 1 Cent, am zweiten Tag 2 Cent, am dritten Tag 4 Cent und so weiter als Lohn erhalten, sodass also der Betrag täglich verdoppelt wird:

1 2 4 8 16 32 64 128 256 512...

Wie Sie sehen, verdienen Sie in den ersten zehn Arbeitstagen nur sehr wenig, gerade einmal 10 Euro (eigentlich 10,24 Euro, aber wer wird so kleinlich sein?). Wie viel verdienen Sie in 30 Tagen? Sie würden möglicherweise sagen: »Nie würde ich einen derart unterbezahlten Job annehmen!« Auf den ersten Blick ist das genau die richtige Antwort, aber sehen Sie sich erst einmal an, wie viel Cent Sie nach den zweiten zehn Tagen verdienen:

... 1.024 2.048 4.096 8.192 16.384 32.768 65.536

131.072 262.144 524.288 1.048.576 ...

Nach den zweiten zehn Tagen betragen Ihre Gesamteinkünfte über 10.000 Euro. Und am Ende der dritten Woche liegen Ihre Einkünfte bei etwa 10.000.000 Euro! Wie kann das sein? Durch die Magie der *Potenzen*. Jede neue Zahl in der Folge entsteht, indem die vorhergehende Zahl mit 2 multipliziert wird:

$$2^1 = 2 = 2$$

$$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$$

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

$$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

Wie Sie sehen, bedeutet die Notation 2^4 , dass *die Zahl 2 viermal mit sich selbst multipliziert wird*.

Sie können Exponenten auch auf andere Zahlen als 2 anwenden. Hier eine weitere Folge, die Sie vielleicht schon kennen:

1 10 100 1.000 10.000 100.000 1.000.000 ...

In dieser Folge ist jede Zahl um das Zehnfache größer als die vorhergehende Zahl. Auch diese Zahlen werden mithilfe von Exponenten erzeugt:

$$10^1 = 10 = 10$$

$$10^2 = 10 \cdot 10 = 100$$

$$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1.000$$

$$10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10.000$$

Diese Folge ist wichtig für die Definition des *Stellenwerts*, der Grundlage des dezimalen Zahlensystems. Darum geht es in [Kapitel 2](#). Außerdem taucht sie in [Kapitel 11](#) wieder auf, in dem es um Dezimalzahlen geht, ebenso wie bei der Vorstellung der wissenschaftlichen Notation in [Kapitel 14](#). Weitere Informationen über Potenzen im Allgemeinen finden Sie in [Kapitel 5](#).

Der Zahlenstrahl

Wenn Kinder zu alt werden, um mithilfe ihrer Finger zu zählen, verwenden die Lehrer häufig eine Darstellung der ersten zehn Zahlen in einer Reihe, wie in [Abbildung 1.4](#) gezeigt.

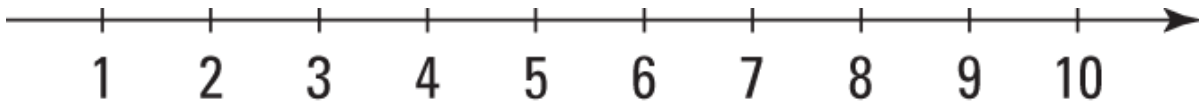


Abbildung 1.4: Grundlegender Zahlenstrahl

Diese Methode, Zahlen anzuordnen, wird auch als *Zahlenstrahl* bezeichnet. Der grundlegende Zahlenstrahl bietet eine visuelle Darstellung der *natürlichen Zahlen*, mit denen wir zählen, also der Zahlen größer 0.

In diesem Abschnitt zeige ich Ihnen, wie Sie anhand des Zahlenstrahls einige grundlegende, aber sehr wichtige Zahlenkonzepte verstehen können.

Auf dem Zahlenstrahl addieren und subtrahieren

Mithilfe des Zahlenstrahls können Sie eine einfache Addition oder Subtraktion demonstrieren. Diese ersten Schritte zur Mathematik werden konkreter, wenn Sie eine visuelle Hilfestellung erhalten. Hier das Wichtigste, das Sie sich merken müssen:

- ✓ Nach *rechts* hin werden die Zahlen *größer*, was der *Addition* entspricht (+).
- ✓ Nach *links* hin werden die Zahlen *kleiner*, was der *Subtraktion* entspricht (-).

$2 + 3$ beispielsweise bedeutet, dass Sie *bei 2 beginnen und dann 3 Stellen nach rechts weiterrücken*, zur 5, wie in [Abbildung 1.5](#) dargestellt.

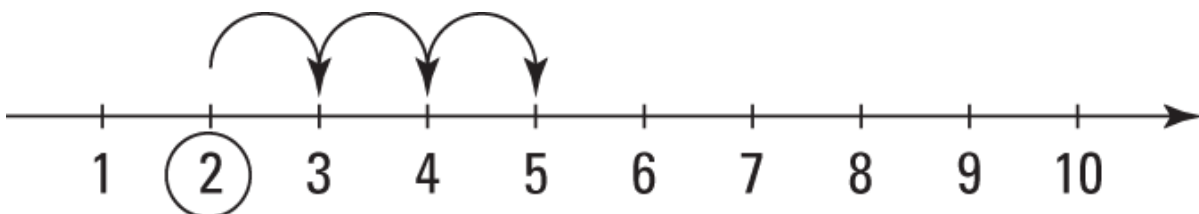


Abbildung 1.5: Bewegung auf dem Zahlenstrahl von links nach rechts

Betrachten wir ein weiteres Beispiel. $6 - 4$ bedeutet, dass Sie *bei 6 beginnen und dann um vier Stellen nach links zur 2 gehen*. Das bedeutet: $6 - 4 = 2$, wie in [Abbildung 1.6](#) gezeigt.

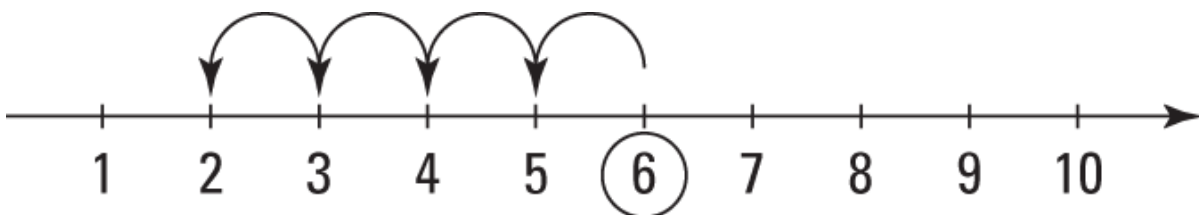


Abbildung 1.6: Bewegung auf dem Zahlenstrahl von rechts nach links

Weitere Informationen über Addition und Subtraktion finden Sie in [Kapitel 3](#).