

Diese Themen gehen meist mehr oder weniger deutlich über das aus der Schulmathematik Bekannte hinaus. Die dazu notwendigen mathematischen Grundlagen werden im ersten Kapitel kurz wiederholt und sind ausführlich im ersten Buch »Mathematik für Ingenieure I für Dummies« nachzulesen.

Konventionen in diesem Buch

Damit Sie sich in diesem Buch leichter zurechtfinden, sind in der folgenden Liste die verwendeten Konventionen aufgeführt:

- ✓ Mathematische Begriffe sind bei ihrem ersten Auftreten *kursiv* gekennzeichnet und werden sofort definiert.
- ✓ Bei den Schritt-für-Schritt-Anleitungen werden die einzelnen Schritte **fett** dargestellt und gegebenenfalls von weiteren Erläuterungen begleitet.
- ✓ In einzelnen, extra markierten Kästen werden möglicherweise interessante Details beschrieben, die aber für das Verständnis des Kapitels nicht benötigt werden.

Törichte Annahmen über den Leser

Das vorliegende Buch ist in einem gewissen Sinne der zweite Band einer Einführung in die Ingenieurmathematik. Trotzdem setzte ich nicht grundsätzlich voraus, dass Sie das erste Buch oder die dort behandelten mathematischen Themen kennen, sondern gebe Ihnen im ersten Kapitel einen kurzen Überblick über die wichtigsten Grundlagen. Allerdings gehe ich stillschweigend doch davon aus, dass der Leser zumindest eine Ahnung von der üblichen Schulmathematik hat.

Sie sollten:

- ✓ ein paar Grundkenntnisse aus der Algebra wie zum Beispiel Bruchrechnen und die binomischen Formeln mitbringen.
Kopfrechnen ist lästig, und in Zeiten von Handys mit eingebauten Taschenrechnern und ausgefeilten Computeralgebraprogrammen sieht nicht jeder unbedingt ein, dass es sich dabei um eine nützliche Fähigkeit handelt. Allerdings können Sie die beschriebenen Beispiele wesentlich schneller und einfacher verfolgen, wenn Sie nicht bei jeder kleinen Rechnung zu einer Rechenhilfe greifen müssen.
- ✓ eine Ahnung von den Grundbegriffen der Vektorrechnung und eindimensionalen Analysis haben.

Falls Ihre Kenntnisse dazu doch ein wenig verstaubt sind, bietet Ihnen das [Kapitel 1](#) »Was bisher geschah« zu Beginn des ersten Teils eine kurze

Wiederholung.

- ✓ versuchen, die Beispiele selbstständig nachzurechnen.

Mit der Mathematik ist es wie mit jeder Kunst: Sie können sie nur dann völlig begreifen, wenn Sie auch praktisch damit umgehen. Eine Möglichkeit dazu besteht darin, die Beispiele nicht einfach nur nachzulesen, sondern sich selbst an einen oder anderen zu versuchen. Am besten bevor Sie den im Buch beschriebenen Lösungsweg nachlesen.

Wie dieses Buch aufgebaut ist

Dieses Buch ist in Teile unterteilt, die einzelnen Teile sind in Kapitel gegliedert, die ihrerseits aus Abschnitten und Unterabschnitten bestehen. Die Teile fassen dabei die einzelnen Themenbereiche zusammen, und die Kapitel eines Teils behandeln jeweils ein wesentliches Thema aus dem entsprechenden Bereich.

Teil I: Mehrdimensionale Analysis für Ingenieure

Neben einer kurzen Zusammenfassung der wichtigsten Methoden der eindimensionalen Analysis, Vektor- und Matrizenrechnung behandelt [Teil I](#) die Grundlagen der Differentialrechnung im Mehrdimensionalen.

Das erste Kapitel liefert Ihnen dabei die Grundlagen für alle folgenden Themen des gesamten Buchs, nicht nur für Teil 1.

Wie in der eindimensionalen Analysis ist die Untersuchung des Änderungsverhaltens einer gegebenen Funktion auch eine der wichtigen Standardaufgaben der mehrdimensionalen Analysis. Im Unterschied zur eindimensionalen Analysis können die Variablen und die Funktionswerte hier aber mehrdimensionale Vektoren sein. Dies erfordert zum einen eine Verallgemeinerung der Begriffe aus der eindimensionalen Differentialrechnung, zum anderen auch ganz neue Begriffe und Methoden.

[Kapitel 2](#) und [Kapitel 3](#) stellen diese Begriffe und die grundlegenden Methoden der mehrdimensionalen Differentialrechnung dar und veranschaulichen diese durch viele Beispiele.

In [Kapitel 4](#) und [Kapitel 5](#) werden die zuvor dargestellten Methoden angewendet. Dabei beschreibt [Kapitel 4](#) drei spezielle mathematische Anwendungen, die auch in praktischen Situationen oft nützlich und hilfreich sein können, während sich [Kapitel 5](#) der mehrdimensionalen Optimierung widmet und die Frage nach Minima und Maxima mehrdimensionaler Funktionen beantwortet.

Teil II: Integralrechnung und Vektoranalysis

Der zweite Teil beschäftigt sich mit dem zweiten großen Teilgebiet der Analysis: der Integralrechnung. In der mehrdimensionalen Analysis ist die Integralrechnung wesentlich vielfältiger, als dies in der eindimensionalen Analysis der Fall ist. So können Sie eine Funktion nicht nur über n -dimensionale Teilmengen eines n -dimensionalen Raums integrieren, sondern auch über niedriger dimensionale Teilmengen: Sie können Raum-, Flächen- und Kurvenintegrale definieren und berechnen. Die letzten beiden Sorten von Integralen unterscheiden sich noch einmal je nach Art der Integrandenfunktion: Vektorwertige Funktionen benötigen eine andere Art der Integration als skalarwertige Funktionen.

In [Kapitel 6](#) werden beispielhaft für allgemeine Raumintegrale solche Integrale im zwei- oder dreidimensionalen Raum behandelt. Dies entspricht einer Verallgemeinerung der Integration aus der eindimensionalen Analysis und lässt sich im Wesentlichen auf diese zurückführen.

[Kapitel 7](#) und [Kapitel 8](#) führen die beiden anderen Sorten von mehrdimensionalen Integralen ein: Kurvenintegrale und Flächenintegrale über Funktionen von zwei oder drei Variablen.

[Kapitel 9](#) liefert Ihnen einen kurzen Überblick über die Zusammenhänge, die zwischen den drei Integralsorten bestehen, und zeigt Ihnen, wann und wie Sie die Integration über ein Volumen durch Integration über Flächen oder über Kurven ausdrücken können. Diese Zusammenhänge sind für physikalische und technische Themenbereiche wie die Strömungsmechanik oder die Theorie elektromagnetischer Felder wichtig.

Teil III: Gewöhnliche Differentialgleichungen

Viele mathematische Modelle in den Naturwissenschaften werden mit Hilfe von Differentialgleichungen formuliert. Dies sind Gleichungen, in denen eine oder mehrere gesuchte Funktionen und ihre Ableitungen in Beziehung zueinander gesetzt werden.

Im Gegensatz zu den ersten beiden Teilen werden in diesem Teil dabei ausschließlich Funktionen von einer eindimensionalen Variablen betrachtet, dies führt zum Gebiet der gewöhnlichen Differentialgleichungen.

Nach einer Einführung zu diesem Thema in [Kapitel 10](#) werden in [Kapitel 11](#) Methoden zur Lösung bestimmter Differentialgleichungen behandelt, in denen außer der gesuchten Funktion nur ihre erste Ableitung auftritt. [Kapitel 12](#) erweitert die behandelten Problemstellungen auf eine besonders wichtige Sorte von Differentialgleichungen mit höheren Ableitungen, die linearen Differentialgleichungen. Leider gibt es nur für einige Spezialfälle solcher linearer Differentialgleichungen Standardlösungsverfahren. Diese werden in [Kapitel 13](#) beschrieben.

Als abschließendes Thema in diesem Teil werden in [Kapitel 14](#) Systeme von linearen Differentialgleichungen und Methoden zu ihrer Lösung beschrieben. Diese Systeme ähneln in gewisser Hinsicht einem linearen Gleichungssystem, wie es aus der linearen Algebra bekannt ist. Allerdings sind die gesuchten Größen hier unbekannte Funktionen und keine Vektoren.

Teil IV: Funktionentheorie

Die komplexe Analysis ist das Thema in [Teil IV](#). Hierbei geht es um komplexwertige Funktionen einer komplexen Variablen, und es werden die Begriffe der eindimensionalen reellen Analysis auf solche Funktionen übertragen.

[Kapitel 15](#) führt die Grundlagen der Differentialrechnung in der komplexen Analysis ein, [Kapitel 16](#) liefert diese für die komplexe Integralrechnung. Diese ist mit der Integralrechnung für zweidimensionale reelle Funktionen verwandt. Einen besonderen Schwerpunkt bilden dabei die komplexen Kurvenintegrale und die Residuenmethode zur Berechnung solcher Integrale.

In [Kapitel 17](#) werden komplexe Potenzreihen und deren Verallgemeinerung zu Laurentreihen untersucht. Wie in der reellen Analysis helfen solche Reihenentwicklungen oft bei der Untersuchung der analytischen Eigenschaften einer gegebenen Funktion.

Teil V: Der Top-Ten-Teil

Im Top-Ten-Teil finden Sie einen kleinen Leitfaden, wie Sie mit einem Mathematikkurs an der Uni am besten zurecht kommen können.

Symbole in diesem Buch

In diesem Buch finden Sie am linken Rand einer Seite oft Symbole, die Sie auf eine besondere Stelle hinweisen. Ich verwende dabei sieben verschiedene Symbole, deren Bedeutung ich Ihnen hier erkläre.

Def.

Mit diesem Symbol weise ich Sie auf eine Begriffserklärung hin.

Üblicherweise steht es an der Stelle im Buch, an der der betreffende Begriff das erste Mal auftritt.



Dieses Symbol steht für eine Gefahr: eine häufige Fehlerquelle, eine unerwartete Eigenschaft, eine Besonderheit oder Falle. Sie sollten solche Stellen extra aufmerksam lesen, um die Gefahr zu erkennen und nicht über solche Fallstricke zu stolpern.



Dieses Symbol weist Sie auf einen Trick, eine besonders einfache, eine besonders wichtige Methode oder auf Eigenschaften hin, die Sie in der Ingenieurmathematik immer wieder gebrauchen können und beachten müssen.



Dieses Symbol lässt Sie einen Blick auf die tieferen mathematischen Zusammenhänge oder besondere Beispiele werfen. Meist werden Sie dabei schnell merken, dass die Sache technisch und kompliziert wird. Aber keine Sorge! Diese Dinge sind für den interessierten Leser gedacht. Falls Sie dabei etwas nicht sofort verstehen, können Sie einfach getrost darüber hinwegspringen. Für das weitere Verständnis sind diese Themen nicht wichtig.



Dieses Symbol steht dort, wo ich Ihnen Hinweise zur praktischen Rechnung mit Hilfe des Mathematikprogramms »octave« gebe. Das Programm »octave« ist ein sehr nützliches Matlab-kompatibles Open-Source-Programm, das heißt, es ist für viele Betriebssysteme frei erhältlich. Der Umfang von octave ist wesentlich größer, als ich Ihnen im Rahmen dieses Buchs zeigen kann. Die mit diesem Symbol gekennzeichneten Stellen liefern Ihnen aber einen kleinen praktischen Einstieg. Falls Sie nicht daran interessiert sind, können Sie auch diese Stellen ohne Probleme einfach überspringen.

Wie es weitergeht

Sie können dieses Buch wie ein normales Buch verwenden und es von der ersten bis zur letzten Seite einfach durchlesen. Sie können aber auch anders vorgehen. Dieses Buch ist so aufgebaut, dass Sie seine Teile relativ unabhängig voneinander lesen oder zwischen einzelnen Themenbereichen hin und her springen können, um sich einen raschen Überblick zu verschaffen. Ich verweise an vielen Stellen auf die Abschnitte und Kapitel, in denen ein bestimmtes Thema ausführlich behandelt wird.

Allerdings hängen einige Kapitel grundlegend von anderen Kapiteln ab. Die vorgegebene Reihenfolge erleichtert Ihnen in diesen Fällen das Verständnis. Das betrifft natürlich das [Kapitel 1](#), das die wichtigsten Grundlagen für alle folgenden Teile zusammenfasst. Ebenso sind die [Kapitel 2](#) und [3](#), die eine Einführung in die mehrdimensionale Differentialrechnung liefern, eine gute und wichtige Grundlage für [Teil I](#) und [Teil II](#).

Sie können aber [Teil III](#) und [Teil IV](#) nahezu problemlos in beliebiger Reihenfolge lesen oder auch ganz weglassen. Ebenso sind diese beiden Teile fast völlig unabhängig von den ersten beiden Teilen dieses Buchs, abgesehen von [Kapitel 1](#). Die